



## Fizikalni praktikum IV

### Poročilo

# Vaja: Vrtavka

Simon Bukovšek

Datum vaje: 3. april 2023  
Datum oddaje poročila: 17. april 2023

## 1 Teoretični uvod

V splošnem je gibanje prosto vrtečega telesa težko opisati, če pa je telo osno simetrično, pa se to da. Če je kinetična energija vrtenja mnogo večja od spremembe potencialne energije med vrtenjem, pa enačbe postanejo še lažje. Naj ima vrtavka maso  $m$ , vztrajnostni moment okoli simetrijske osi  $J_{33}$ , vztrajnostni moment pravokotno na simetrijsko os  $J_{11}$  in naj bo težišče za  $l$  izmaknjeno od osišča. Če se vrtavka vrti s hitrostjo  $\omega_z$  okoli simetrijske osi, sta frekvenci precesije in nutacije enaki:

$$\omega_p = \frac{mgl}{J_3 3\omega_z}, \quad \text{in} \quad \omega_n = \frac{J_{33}}{J_{11}}\omega_z.$$

## 2 Pripomočki

- krogla s podnožjem in priborom (palica, utež in ploščica z vzorcem),
- kompresor pod mizo, stroboskop, štoparica.

## 3 Meritve

Merili smo hitrost precesije in nutacije pri treh postavitvah uteži na ročki vrtavke (spodaj, sredi, zgoraj) pri različnih kotnih hitrostih. Kotno hitrost smo merili s stroboskopom, hitrost precesije in nutacije pa s štejetjem obratov in štoparico.

## 4 Izmerjeni podatki in analiza

Vrtavka je sestavljena iz štirih delov. Njihovi podatki so v spodnji tabeli.

Enačbe za za potrebne podatke so sledeče:

$$J_{33} = \frac{2}{5}m_k r_k^2 + \frac{1}{2}m_o r_o^2 + \frac{1}{2}m_p r_p^2 + \frac{1}{2}m_u r_u^2,$$

del vrtavke	masa	geometrijski parametri
krogla	$m_k = 515$ g	premer $2r_k = 50.8$ mm
obroč	$m_o = 15$ g	premer $2r_o = 51$ mm, debelina $h_o = 1.1$ mm
palica	$m_p = 27$ g	premer $2r_p = 6.5$ mm, dolžina $h_p = 100.5$ mm
utež	$m_u = 18$ g	premer $2r_u = 20$ mm, dolžina $h_u = 25.2$ mm

$$J_{11} = \frac{2}{5}m_k r_k^2 + m_o \left( \frac{1}{4}r_o^2 + \frac{1}{12}h_o^2 + r_k^2 \right) + m_p \left( \frac{1}{4}r_p^2 + \frac{1}{12}r_p^2 + (r_p/2 + r_k)^2 \right) + m_u \left( \frac{1}{4}r_u^2 + \frac{1}{12}h_u^2 + L^2 \right),$$

$$l = \frac{m_o r_k + m_p (r_k + h_p/2) + m_u L}{m_o + m_p + m_u + m_k}.$$

Iz teh podatkov dobimo sledeče:

- $J_{33} = 1389.64$  g cm<sup>2</sup>;
- $J_{11} = 3280.3$  g cm<sup>2</sup> +  $L^2 18$  g;
- $l = 0.426$  cm +  $0.031L$ ;
- $g = 918$  cm s<sup>-2</sup>;
- $m = 575$  g.

Teoretično hitrost precesije izračunamo kot:

$$\omega_p = \frac{mgl}{J_{33}\omega_z},$$

hitrost nutacije pa po enačbi:

$$\omega_n = \frac{J_{33}}{J_{11}}\omega_z.$$

Meritve in tako iz meritev kot iz teorije izračunane hitrosti precesije in nutacije so podane v spodnji tabeli.

tip vrtenja	$\omega_z$ [RPM]	$\omega_z$ [s <sup>-1</sup> ]	$10t_{p/n}$ [s]	$\omega_{p/n}$ [s <sup>-1</sup> ] meritve	$\omega_{p/n}$ [s <sup>-1</sup> ] teorija
utež na dnu, $L = 4$ cm					
precesija	1067	111.7	30.69	2.05	2.00
precesija	1049	109.8	31.47	2.00	2.03
precesija	1089	114.0	31.29	2.01	1.96
precesija	710	74.4	17.00	3.70	3.00
precesija	659	69.0	17.61	3.57	3.24
precesija	645	67.5	16.90	3.72	3.31
nutacija	643	67.3	3.59	17.5	26.2
precesija	426	44.6	23.44	2.68	5.00
precesija	395	41.3	21.63	2.90	5.39
precesija	395	41.3	21.67	2.90	5.39
nutacija	344	36.0	2.92	21.5	14.0
utež na sredini, $L = 7$ cm					
precesija	690	72.3	15.69	4.00	3.61
precesija	873	91.4	20.55	3.06	2.85
precesija	981	102.7	23.55	2.67	2.54
nutacija	750	78.5	3.06	20.5	26.2
precesija	889	93.1	20.48	3.07	2.80
nutacija	533	55.8	11.11	5.66	18.6
precesija	533	55.8	9.64	6.52	4.68
precesija	587	61.5	11.33	5.55	4.25
nutacija	587	61.5	4.52	13.9	20.5
utež na vrhu, $L = 11$ cm					
precesija	806	84.4	14.14	4.44	3.69
precesija	757	79.2	14.55	4.32	3.93
nutacija	757	79.3	3.50	18.0	20.2
pprecesija	1012	106.0	19.64	3.20	2.94
nutacija	1012	106.0	2.76	22.8	27.0
precesija	1130	118.3	22.19	2.83	2.63
precesija	1130	118.3	22.56	2.79	2.63
nutacija	1130	118.3	2.59	24.3	30.1
precesija	906	94.9	15.84	3.97	3.28
precesija	891	93.3	15.72	4.00	3.34
nutacija	891	93.3	4.07	15.4	23.8
precesija	618	64.7	12.12	5.18	4.81
nutacija	618	64.7	9.90	6.35	16.5