



Fizikalni praktikum III

Poročilo

Vaja: Torzijsko nihalo

Simon Bukovšek

Datum vaje: 11. 10. 2022
Datum oddaje poročila: 18. 10. 2022

1 Teoretični uvod

Torzijsko nihalo niha z nihajnim časom

$$t_0 = 2\pi \sqrt{\frac{D}{J}},$$

kjer je D torzijski koeficient in J vztrajnostni moment nihala. Vztrajnostni moment se izračuna kot

$$J = \int r^2 dm,$$

torzijski koeficient za žico pa je podan z enačbo

$$D = \frac{\pi r_0^4 G}{2l}.$$

kjer je r_0 polmer žice, G strižni modul in l dolžina žice. Strižni modul nam s prožnostnim modulom in Poissonovim številom povezuje naslednja enačba:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

2 Pripomočki

- Stojalo z obešeno žico.
- Podstavek v obliki diska.
- Tri različni objekti: valj, kvader in zobnik.
- Štoparica.

3 Meritve

Vse tri objekte smo stehali in jim izmerili dimenzije. Prav tako smo izmerili dolžino in premer žice. Nato smo za vse tri objekte izmerili nihajni čas.

4 Izmerjeni podatki

Izmerili smo naslednje mase:

- valj: $m_v = (2489 \pm 1) \text{ g}$;
- kvader: $m_k = (1184.41 \pm 0.01) \text{ g}$;
- zobnik: $m_z = (749.33 \pm 0.01) \text{ g}$.

Podatki za valj so:

- notranji polmer: $r_1 = (7.05 \pm 0.05) \text{ mm}$,
- zunanji polmer: $r_2 = (43.65 \pm 0.05) \text{ mm}$,
- višina: $h_v = (49.3 \pm 0.1) \text{ mm}$.

Kocka:

- višina, širina in dolžina: $a = b = c = (60.0 \pm 0.1) \text{ mm}$,
- polmer luknje: $r = (20.0 \pm 0.1) \text{ mm}$.

Žica:

- dolžina: $l = (9.2 \pm 0.1) \text{ cm}$,
- polmer: $r_0 = (0.250 \pm 0.005) \text{ mm}$.

Vse časovne meritve so bile izmerjene štirikrat. Podane so v spodnji tabeli.

n	prazno: $10t_0$ [s]	valj: $10t_0$ [s]	kvader: $10t_0$ [s]	zobnik: $10t_0$ [s]
1	17.745	49.771	34.385	28.02
2	17.795	49.595	34.088	28.072
3	17.721	49.924	34.138	27.929
4	17.757	49.818	34.437	27.509

5 Analiza podatkov

Iz izmerjenih časov najprej izračunamo povprečja in napake. Ti so prikazani v spodnji tabeli.

utež	t_0
brez	$(1.775 \pm 0.002) \text{ s}$
valj	$(4.977 \pm 0.007) \text{ s}$
kvader	$(3.426 \pm 0.009) \text{ s}$
zobnik	$(2.788 \pm 0.013) \text{ s}$

Izračunajmo še vztrajnostni moment valja po formuli

$$J_v = \frac{1}{2} m_v (r_2^2 - r_1^2) = (2.309 \pm 0.008) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2.$$

Označimo s t_1 nihanji čas nihala brez uteži (torej samo z diskom), s t_2 nihajni čas nihala z valjem in z J_0 vztrajnostni moment praznega nihala. Velja:

$$\frac{t_1^2 - t_0^2}{4\pi^2} = \frac{J_0 + J_v - J_0}{D} = \frac{J_v}{D}.$$

Tako lahko izračunamo torzijski koeficient žice:

$$D = \frac{4\pi^2 J_v}{t_1^2 - t_0^2} = (4.216 \pm 0.030) \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2 \text{ s}^{-2}.$$

Hkrati pa lahko dobimo tudi vztrajnostni moment praznega nihala:

$$J_0 = \frac{t_0^2 D}{4\pi^2} = (3.365 \pm 0.031) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

S pomočjo torzijskega koeficienta izračunamo strižni modul kovine, iz katere je žica:

$$G = \frac{2lD}{\pi r_0^4} = (6.32 \pm 0.66) \cdot 10^{10} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-2}.$$

Rezultat je dokaj nenatančen, saj se močno pozna relativno nenatančna meritev debeline žice, ki se potencira na četrto potenco. Primerjajmo izračunano vrednost s tisto iz literature. Prožnostni modul jekla je med 190 GPa in 215 GPa, Poissonovo število pa med 0.26 in 0.31. Strižni modul jekla je torej na intervalu:

$$G = \frac{E}{1(1 + \mu)} \in (7.25 \cdot 10^{10} \text{ Pa}, 8.53 \cdot 10^{10} \text{ Pa}).$$

Izmerjen rezultat niti z upoštevanjem napake ne pade v ta interval, vendar se od spodnje meje razlikuje za 13%.

Vztrajnostni moment zobnika se preprosto izračuna na sledeč način (označimo s t_3 nihajni čas nihala z zobnikom):

$$J_z = \frac{D(t_3^2 - t_0^2)}{4\pi^2} = (4.94 \pm 0.13) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

Enako se lotimo izračuna vztrajnostnega momenta kvadra (t_2 je nihanji čas nihala s kvadrom):

$$J_k = \frac{D(t_2^2 - t_0^2)}{4\pi^2} = (9.17 \pm 0.15) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

Ker pa smo kvader stehali in mu izmerili dimenzije lahko vztrajnostni moment izračunamo tudi po definiciji:

$$J_k = \frac{1}{12} m \frac{ab(a^2 + b^2) - 6\pi r^4}{ab - \pi r^2} = (9.65 \pm 0.20) \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2.$$

Vrednosti vztrajnostnega momenta se ne ujemata v okviru napake, relativna razlika je 5%. Za konec si pogledjmo še vztrajnostni radij kvadra. Vzeli bomo kar vrednost izračunano z nihalo, saj ima manjšo napako.

$$r_j = \sqrt{\frac{J}{m}} = (2.78 \pm 0.02) \text{ cm}.$$