

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



ODDELEK ZA FIZIKO

## Robna zatemnitev Sonca

Projekt v sklopu predmeta  
Astronomska opazovanja

Študentje:  
Simon Bukovšek  
Vito Levstik  
Anže Krejan  
Enej Žlebnik Jančič

Predavatelj: prof. dr. Tomaž Zwitter  
Asistenta: doc. dr. Janez Kos, asist. dr. Gregor Traven  
Demonstrator: Bojan Dintinjana

AKADEMSKO LETO 2021/2022

## Povzetek

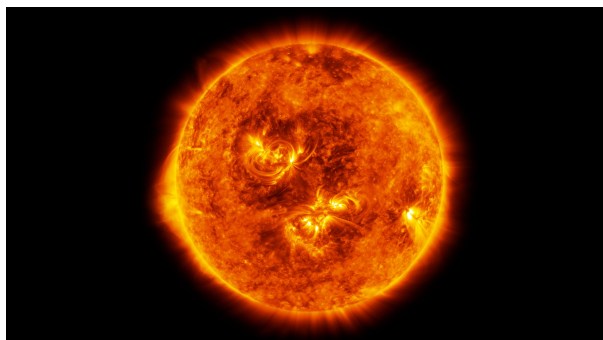
Pri projektu robna zatemnitev Sonca smo merili koeficient robne zatemnitve Sonca. V ta namen smo naredili nekaj slik Sonca v  $H\alpha$  filtru s teleskopom Coronado SolarMax II 60 mm. Iz slik smo s Python programom določili radialno krivuljo svetlosti Sonca in določili parametre empiričnega modela robne zatemnitve, da se je krivulja najboljše prilegala podatkom. Modelov robne zatemnitve je več, mi smo se osredotočali na dva najpreprostejša, tako imenovana empirična modela. S tem smo dobili vrednost koeficienta robne zatemnitve  $u_1 = 0,3573 \pm 0,0087$  za prvi model in  $u_2 = 0,9156 \pm 0,0681$  ter  $v_2 = -0,3861 \pm 0,0676$  za drugi model. Vrednost za prvi model se niti najmanj ne približa vrednostim iz literature, ki so nekje med 0,6 in 0,7, vendar so večinoma določene za manjše valovne dolžine ali celo za kontinuum. Vrednosti parametrov za drugi model ni bilo najti v literaturi. Ker smo na sliki opazili tudi protuberance, smo jim ocenili velikost in dobili  $(61\,100 \pm 200)$  km. Običajno so protuberance reda velikosti 100 000 km, kar se približno sklada z našo meritvijo.

## Kazalo

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>2</b>
1.1	Nekaj o soncu . . . . .	2
1.2	Teoretični model . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Opazovanje</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Rezultati</b>	<b>6</b>
3.1	Smer gibanja . . . . .	6
3.2	Robna zatemnitev . . . . .	6
3.2.1	Delovanje programa za analizo . . . . .	6
3.2.2	Obdelava podatkov . . . . .	8
3.3	Primerjava z vrednostmi iz literature . . . . .	12
3.4	Analiza napak . . . . .	13
3.5	Protuberance . . . . .	14
<b>4</b>	<b>Zaključki</b>	<b>15</b>
	<b>Literatura</b>	<b>16</b>
	<b>Dodatek</b>	<b>16</b>

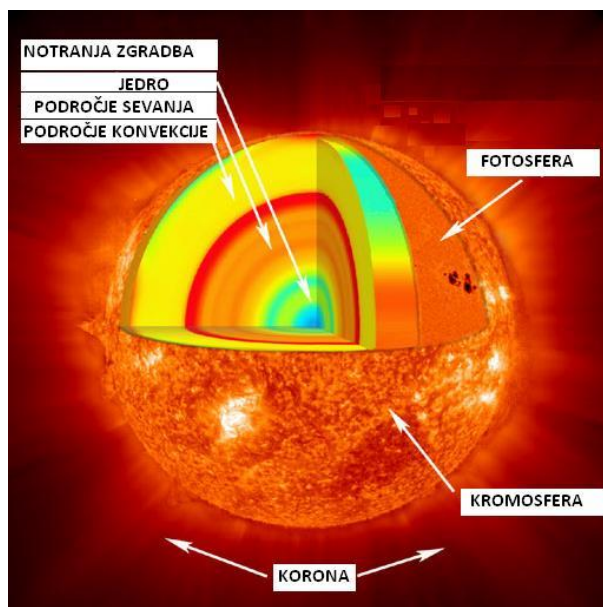
# 1 Uvod

## 1.1 Nekaj o soncu



Slika 1: Slika sonca

Sonce je 150 milijonov km oddaljena rumena pritlikavka, ki predstavlja središče našega osončja in tudi 99,8% njegove mase. Staro je 4,5 milijarde let in s tem približno na polovici svoje življenjske dobe. Sonce skupaj s celotnim sončnim sistemom kroži okoli središča galaksije z obhodnim časom 230 milijonov let. Premer Sonca je 700 000 km, kar mu da kotno velikost okoli  $0,5^\circ$ , ki je po naključju skoraj enaka kot ta od Lune, kar omogoča nastanek precej različnih tipov Sončnih mrkov glede na trenutno oddaljenost Sonca, Zemlje in Lune.



Slika 2: Slika prereza sonca z označenimi deli

Sonce je tako kot druge rumene pritlikavke sestavljeno iz jedra, radioaktivnega območja, konvekcijske plasti, fotosfere, kromosfere in pa sončeve korone. Jedro se nahaja v sredini zvezde, kjer sta tlak in temperatura največja in tam tudi poteka vsa fuzija. Po radioaktivnem območju in pa konvekcijski plasti se energija premika od jedra proti zunanosti. Fotosfera je plast, iz katere izhaja večina svetlobe sonca, ki jo lahko vidimo v obliki sevanja črnega telesa in nekako tudi predstavlja površino sonca. Kromosfera je prehodni pas med fotosfero in sončevo korono. Sončeva korona je zgornja plast sončeve atmosfere, ki je dobro vidna med sončevimi mrki in ima iz še nepojasnjenih razlogov veliko višjo temperaturo kot fotosfera. Daleč preko fizičnih mej Sonca se razteza Sončeva heliosfera, ki jo definira območje, kjer prevladuje Sončevo magnetno polje.

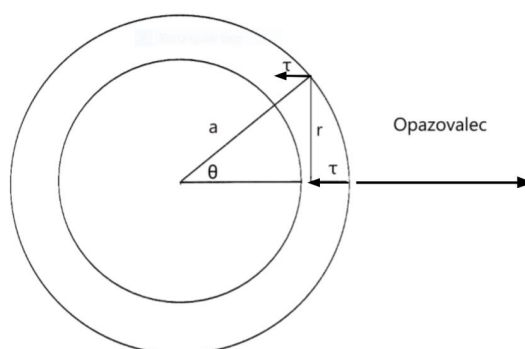


Heliosfera tvori podobno kot Zemljino magnetno polje zaščiten mehurček okoli celotnega osončja in loči Osončje od medzvezdnega medija. Sonda Voyager 1 je bil prvi umetni satelit, ki mu je uspelo prečkati heliopavzo, ki predstavlja konec heliosfere, in mu s tem uspelo zapustiti Osončje.

Energija v Soncu nastaja s fuzijo vodika v helij pri temperaturi 15 milijonov °C in tlaku 265 milijonov barov, ob kateri se del mase vodika pretvarja v energijo predvsem v obliki gama žarkov. Ti se nato v povprečju 170000 let prebijajo skozi gosto in kaotično jedro ter sevalno cono do konveksijske cone. Od tam naprej konveksijski tokovi energijo prinesejo do fotosfere, ki ima temperaturo le še okoli 5500 °C, kjer se izseva kot sevanje črnega telesa. [1]

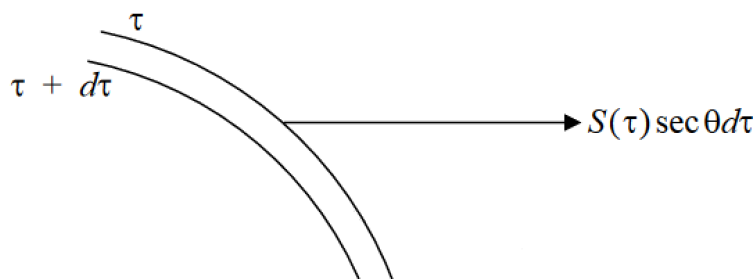
## 1.2 Teoretični model

Glavni cilj projektne naloge je bila meritev in razlaga spreminjanja svetlosti Sončeve površine v odvisnosti od oddaljenosti od sredine, tako imenovano robno zatemnitev. Površina Sončeve



Slika 3: Demonstracija dosega optične globine glede na kot  $\theta$

ploskvice je na robu temnejša, zato ker ima svetloba z vsake točke točke na Sončevi ploskvi enako optično globino, ki je na sliki 3 označena s  $\tau$ . Temperatura in s tem tudi intenziteta sevanja črnega telesa naraščata, s tem ko prodiramo globlje v Sonce. Svetloba, ki jo vidimo na sredini sončeve ploskvice torej izhaja iz območja z višjo temperaturo, saj z enako optično globino pridemo na višjo temperaturo. Gostoto svetlobnega toka Sonca na optični globini  $\tau$  označimo z



Slika 4: Označeni parametri za izpeljavo enačbe za  $I(\theta)$

$S(\tau)$ . Sevanje v smeri  $\theta$  iz pasu  $d\tau$  je zaradi snovi skozi katero se mora prebiti zatemnjeno za faktor  $e^{-\tau \sec(\theta)}$ .  $I(\theta)$  je torej:

$$I(\theta) = \sec \theta \int_0^{\infty} S(\tau) e^{-\tau \sec(\theta)} d\tau. \quad (1)$$

Z zamenjavo  $\sec \theta = s$  opazimo, da je ta integral pravzaprav Laplaceova transformacija, torej je njegova rešitev:

$$I(\theta) = I(0) (a_0 + a_1 \cos(\theta) + 2a_2 \cos(\theta)^2 \dots). \quad (2)$$

Za prvo formulo za prilagajanje smo vzeli le člen z linearnim kosinusom,  $a_0 = 1 - u_1$  in  $a_1 = u_1$ :

$$I(\theta) = I_0 (1 - u_1 (1 - \cos \theta)), \quad (3)$$

oziroma z razdaljo od središča Sončeve ploskvice označeno z  $r$ , in radijem sončeve ploskvice označenim z  $a$  kot na sliki 2:

$$I(r) = I_0 \left( 1 - u_1 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \right) \right). \quad (4)$$

Ker pa se ta pristop ni izkazal za najboljšega, smo poiskali še parametre drugega modela, ki vključuje tudi kvadratni člen. Tukaj je  $a_0 = 1 - u_2 - v_2$ ,  $a_1 = u_2$  in  $a_2 = v_2/2$ :

$$I(\theta) = I_0 (1 - u_2 (1 - \cos \theta) - v_2 \sin^2 \theta), \quad (5)$$

oziroma z razdaljo od središča sončeve ploskvice označeno z  $r$ , in radijem sončeve ploskvice označenim z  $a$  kot na sliki 2:

$$I(r) = I_0 \left( 1 - u_2 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{r^2}{a^2}} \right) - v_2 \frac{r^2}{a^2} \right). \quad (6)$$

[2, 3]

Obstaja še več numeričnih modelov do katerih pridemo z drugačnimi modeli, ki so podrobneje opisani v [4].

Sonce smo večkrat posneli skozi H $\alpha$  filter, ki je bil že v naprej pripravljen na teleskopu, z daljšo ekspozicijo, da smo dobili 3 sekvence po 200 posnetkov. Posnetke v vsaki sekvenci smo nato vsakega posebej s programom AutoStakkert združili v 3 slike, ki smo jih analizirali s spodaj prikazanim Python programom, ki nam je vrnil  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $v_2$  za posamezno sliko, ter pripadajoče variance.

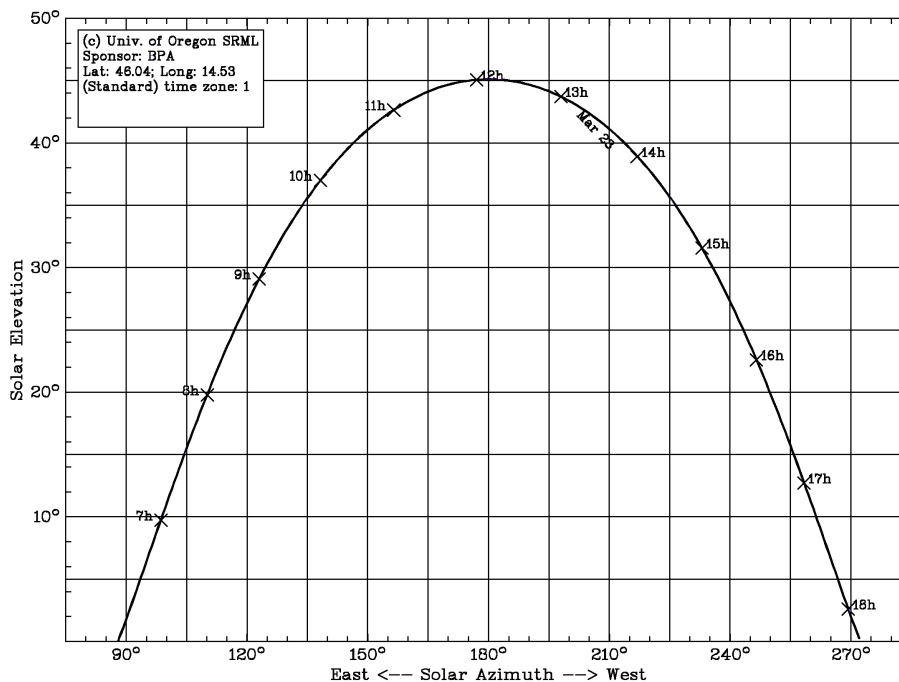
## 2 Opazovanje

Osnovni namen opazovanja je bil, da posnamemo celotno površje Sonca in se primarno osredotočimo na njegovo robno zatemnitev. V primeru, da bi bile na dan opazovanja vidne tudi kakšne protuberance, pa smo nameravali le-te tudi posneti in jih primerno obdelati v tem poročilu.

Opazovanje smo izvedli 23. marca 2022 na astronomskem observatoriju Golovec. Na ta dan je bilo vreme izredno ugodno. Bilo je popolnoma jasno, brez oblakov na nebu, ki bi potencialno ovirali opazovanje. Prav tako ni bilo vetrovno, kar pomeni, da je bilo ozračje mirno in posledično je bil boljši seeing. Zaradi tega je bila ločljivost večja, torej bi lahko opazovali manjše, bolj podrobne stvari na Soncu. Ker pa smo samo želeli določiti robno zatemnitev, torej radialni profil svetlosti Sonca, tako podrobnih pojavov na Soncu, ki bi potrebovali izredno dober seeing, nismo opazovali. Prav tako ima teleskop Coronado SolarMax II, katerega smo uporabili za opazovanje, premer objektiva  $d = 60$  mm, torej je njegova teoretična ločljivost enaka  $\theta = \frac{1,22\lambda}{d} = 2,75''$ , za opazovanje svetlobe H $\alpha$  pri valovni dolžini  $\lambda = 656,5$  nm. To pomeni, da vsak seeing, ki bi omogočal večjo ločljivost kot je teoretična ločljivost teleskopa, sploh ne bi nič pripomogel k opazovanju. Med opazovanjem nismo imeli nobenih večjih težav, le pri zajemanju slik včasih program ni želel snemati, kar smo rešili s preprostim ponovnim zagonom programa in rahlega spreminjanja parametrov zajemanja.

Zbrali smo se ob 13.00 po lokalnem času in s pomočjo demonstratorja začeli s postavitvijo teleskopa. Na ekvatorialno montažo smo postavili teleskop Coronado SolarMax II 60mm, solarni teleskop z goriščno razdaljo 400 mm in vgrajenim  $H\alpha$  filtrom za opazovanje Sonca, s središčno valovno dolžino  $\lambda = 656,5$  nm in širino filtra  $\Delta\lambda = 0,5$  nm. Uporabljeni filter deluje na podlagi Fabry-Pérotovega interferometra. Najprej smo Sonce samo opazovali s 25 mm okularjem, nato pa še z dodatno 2x barlow lečo. Barlow leča efektivno poveča goriščno razdaljo objektiva, v našem primeru za faktor 2, in s tem dobimo večjo povečavo pri isti izbiri okularja. Robna zatemnitev je bila v teleskopu lepo vidna, hkrati pa smo opazili nekaj manjših protuberanc. Nato smo namestili kamero QHY5III in začeli s snemanjem s programom SharpCap. Ob 14.08 smo naredili prvo sekvenco 200 posnetkov Sonca. Skupaj smo naredili 3 sekvence po 200 posnetkov, z ekspozicijo 1 ms za vsak posnetek. Naredili smo tudi sekvenco 50 posnetkov in sekvenco 100 posnetkov, z enako ekspozicijo kot prej, kjer je bilo sledenje Soncu izklopljeno z namenom, da smo lahko določili smer gibanja Sonca v polju kamere. To smo naredili zato, da smo lahko določili orientacijo osi deklinacije in rektascenzije. Na koncu opazovanja smo naredili še dva posnetka ravnega polja, ki smo ju kasneje uporabili pri obdelavi slik. S posnetki ravnega polja odstranimo posledice neenakomerne občutljivosti slikovnih točk na senzorju ter neenakomerne osvetljenosti proti robu slike. To naredimo tako, da senzor enakomerno osvetlimo. Pričakovali bi, da bo dobljen posnetek imel enako osvetljenost na vseh slikovnih točkah. Če temu ni tako, tak posnetek uporabimo pri obdelavi slik. V našem primeru smo posnetek ravnega polja uvozili v program AutoStakkert, kjer smo zlagali skupaj posnetke Sonca. Program avtomatsko določi, kako naj zloži posnetke glede na uvožen posnetek ravnega polja.

Na ta dan je imelo Sonce koordinate  $\alpha = 0h9m31s$  in  $\delta = +1^{\circ}1'48''$  [5]. Na sliki 5 pa je prikazana krivulja alt/az koordinat Sonca ob raznih urah na dan opazovanja. Z opazovanjem smo zaključili okrog tretje ure popoldan.

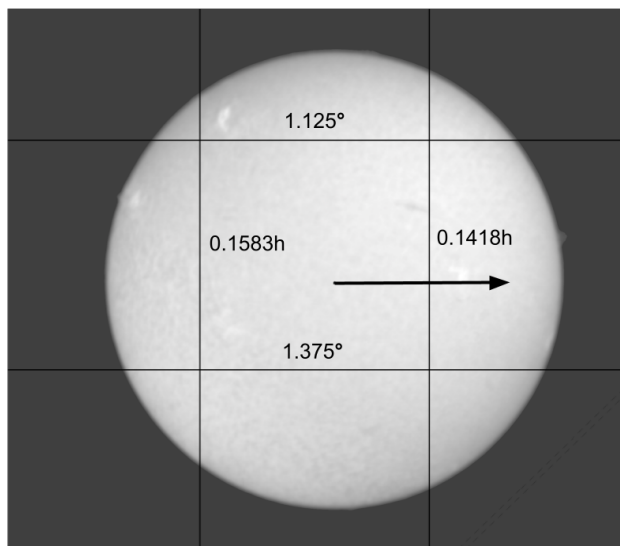


Slika 5: Vidljivost Sonca na dan 23. marec 2022. Na x-osi je azimut Sonca, na y-osi pa njegova višina ob posameznem azimutu. Lokacija opazovališča je bila nastavljena na koordinate astronomskega observatorija Golovec ( $46,04^{\circ}$  severne geografske širine,  $14,53^{\circ}$  vzhodne geografske dolžine). Ure na krivulji so ure v lokalnem času UTC+1. [6]

### 3 Rezultati

#### 3.1 Smer gibanja

Smer gibanja smo določili z analizo razlike prvega in zadnjega posnetka sekvence posnetkov. Smer gibanja smo nato primerjali z znano smerjo gibanja iz grafa podatkov 5, da smo dobili orientacijo osi deklinacije in rektascenzije.



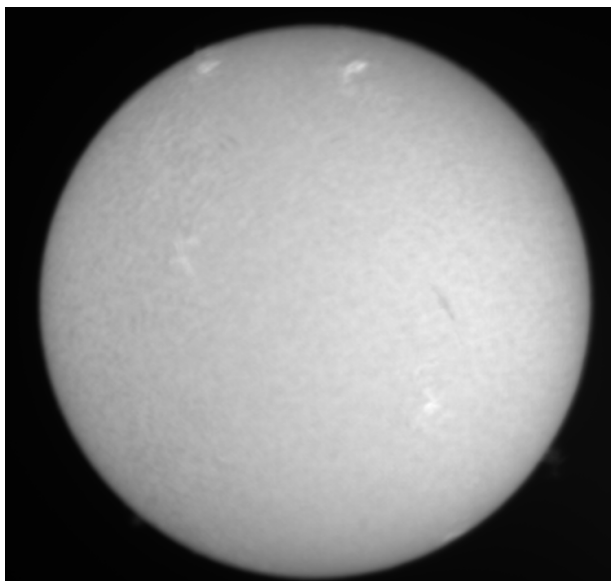
Slika 6: Monokromatska slika Sonca z ekvatorialno mrežo in označeno smerjo gibanja po nebu

#### 3.2 Robna zatemnitev

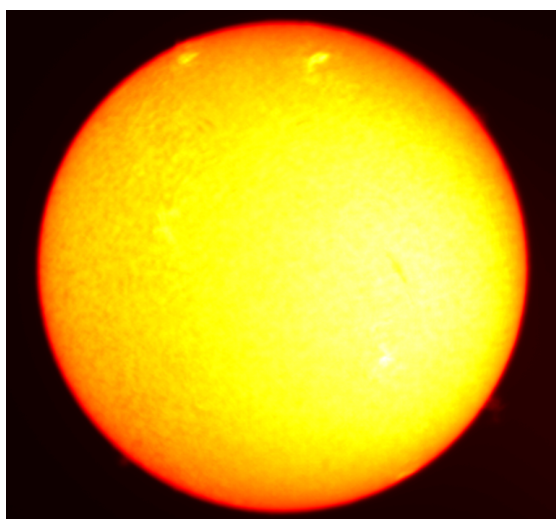
Da bi zagotovili čimbolj nepristransko obdelavo podatkov, smo slike obdelali vsak individualno in neodvisno. Skupno smo sicer posneli pet sekvenc, vendar pri dveh nismo sledili Soncu, zato se ju ni dalo primerno sestaviti v eno samo sliko. Najprej je vsak zložil vsako od treh posnetih sekvenc slik v tri posamezne slike Sonca. Lahko bi seveda vzeli eno samo sličico s sekvence in jo obdelali, vendar ima zlaganje sekvence v eno skupno sliko nekaj prednosti. Glavna prednost je običajno izboljšanje svetlosti, kar v našem primeru ni bil problem, pomaga pa tudi pri izboljšanju ostrine in odpravljanju morebitnih nepravilnosti na senzorju. Pri zlaganju sekvence v eno sliko upoštevamo tudi ravno polje, kar popravi sliko, če so določene slikovne točke bolj občutljivi od drugih. Slike so bile enobarvne, primer sestavljene slike je na Sliki 7. Vsaka svetlobna točka v `.fit` datoteki nosi samo podatek, koliko je osvetljena. Za pomoč pri vizualizaciji slike si pomagamo tako, da vsaki osvetljenosti svetlobne točke pripišemo neko barvo z izbrane barvne sheme. Če izberemo črno-belo barvno shemo, bodo najmanj osvetljene svetlobne točke na sliki pobarvane črno, najbolj osvetljene z belo, tiste s srednjo osvetljenostjo pa s primerno sivo barvo. Za več podrobnosti na sliki se lahko namesto črno-bele barvne sheme uporabi kakšno drugo. Na Sliki 8a je Sonce pobarvano v črno-rdeče-rumeni barvni shemi, pri čemer se bistveno bolje vidi robna zatemnitev, na Sliki 8b pa je pobarvano v črno-rdeči shemi, pri čemer se mnogo bolje vidijo podrobnosti. V vseh primerih je prikazana ista slika (Sonce05), le v različnih barvnih shemah.

##### 3.2.1 Delovanje programa za analizo

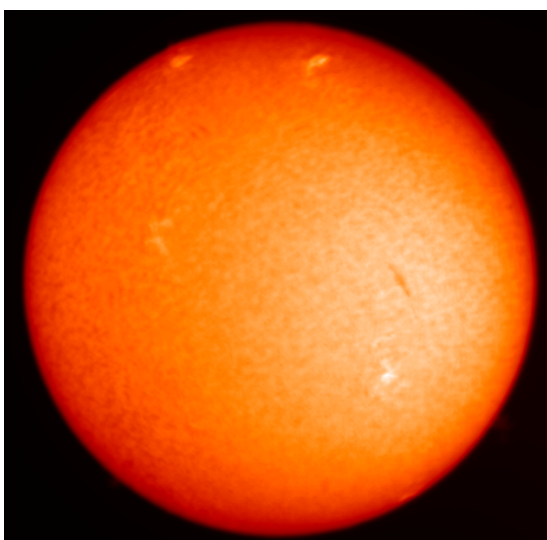
Sestavljene slike smo imenovali Sonce05, Sonce20 in Sonce27, vsaka s svoje sekvence. Od tu naprej se z barvnimi shemami nismo več ukvarjali, saj so pri računanju robne zatemnitve brezpredme-



Slika 7: Monokromatski posnetek Sonca pri valovni dolžini  $H\alpha$  s Fabry-Pérotovim interferometrom v črno-beli barvni shemi. Prikazana je slika Sonce05.



(a) Črno-rdeče-rumena barvna shema

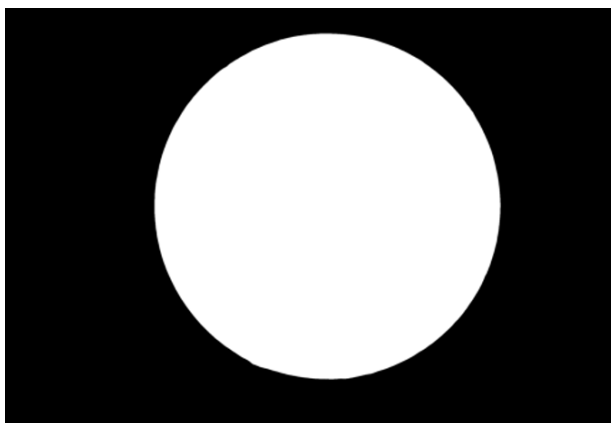


(b) Črno-rdeča barvna shema

Slika 8: Monokromatski posnetek Sonca pri valovni dolžini  $H\alpha$  s Fabry-Pérotovim interferometrom v dveh različnih barvnih shemah. Obe sliki sta isti posnetek Sonca. Prikazana je slika Sonce05.

tne. Vsak je na vsaki od svojih treh slik pognal Python program, ki je izračunal koeficiente robne zatemnitve po modelih (4) in (6). Celoten program smo napisali sami in je napisan v poglavju Dodatek. Program deluje tako, da najprej uvozi `.fit` datoteko in iz nje ustvari `numpy` tabelo svetlosti posameznih slikovnih točk. Najprej odstrani prazne vrstice in stolpce ter izračuna središče osvetljenosti, t. j. položaj središčne slikovne točke Sonca. To stori z uporabo maske, ki jo sestavljajo samo dovolj svetle slikovne točke, ki so zagotovo predstavljajo Sonce. Da program središče določi zelo natančno, smo preverili grafično (slika 9). Meja za osvetljenost je določena binarno, torej računa povprečje tistega dela, ki je svetlejši od 30000. S tem se zagotovo izpustijo

vse protuberance, ki bi lahko zamaknile središče, hkrati pa niti neenakomerna osvetljenost ne vpliva na izračunano središče. Za tem izračuna povprečno osvetljenost ozadja in jo odšteje od celotne slike. Postavi se v središčno slikovno točko in za tristo različnih smeri proti robu izmeri radialni profil svetlosti. Radialni profil izračuna po ravni črti debeline ene slikovne točke. Za teh tristo profilov izračuna povprečje in najbolje prilagajajočo se krivuljo za oba empirična modela ter vrne optimalne vrednosti koeficientov robne zatemnitve skupaj z nedoločenostmi. Med prostimi parametri za vsak model je tudi  $I_0$ , torej svetlost v središčni točki, in je za isto sliko različen za oba modela. To je zato, ker je zaradi granulacije težko z natančnostjo izmeriti svetlost središča Sonca. Program izbere tako vrednost  $I_0$ , da se krivulja najbolj prilega. Pri prvem modelu je optimalna vrednost  $I_0$  nekoliko večja od izmerjene svetlosti v središču, kar je posledica tega, da slika Sonca v središču ni najsvetlejša. Izračun povprečja različnih radialnih profilov je izjemno pomemben, saj lahko iz slike 10 razberemo, da imajo profili po posamezni radialni črti veliko šuma in so precej različni. Pri računu povprečja se je sicer uporabilo radialne profile pod 300 različnimi koti, vendar je zaradi preglednostih na grafu prikazanih samo deset. Opazi se tudi, da se vsi radialni profili spustijo na praktično istem mestu (okrog 800 slikovnih točk od središča), kar je še eno potrdilo, da je bilo središče Sonca dobro določeno. Na sliki 11 so narisane normalizirane krivulje robne zatemnitve za vse tri slike, ki jih je analiziral Simon Bukovšek (zaradi morebitnih drugačnih nastavitvev pri zlaganju sekvenc so morda grafi robnih zatemnitev za iste slike, ki so jih analizirali drugi člani skupine, nekoliko drugačni, a ne pretirano). Razvidno je, da se profila za sliki Sonce27 in Sonce05 zelo dobro ujemata, medtem ko profil slike Sonce20 nekoliko odstopa navzdol. Zato je še toliko bolj pomembno, da smo naredili več slik.

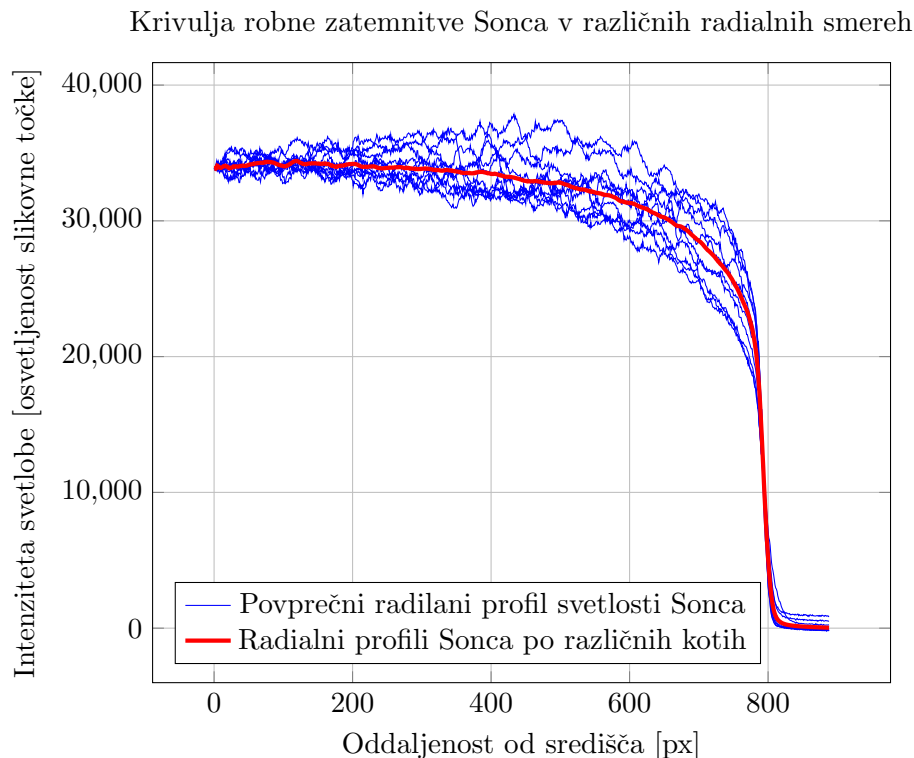


Slika 9: Slika maske Sonca iz Python programa. Program je to masko uporabil za izračun središča Sonca. S slike je razvidno, da morebitne protuberance ali neenakomerna osvetljenost ne vplivata na središče, saj je maska skoraj popoln krog.

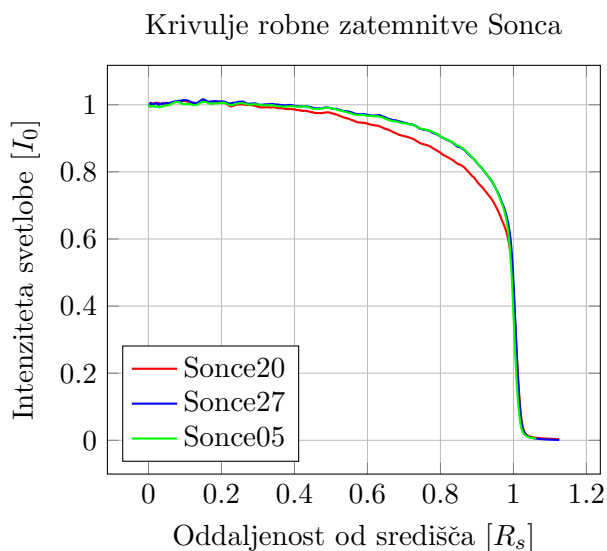
### 3.2.2 Obdelava podatkov

V tabeli 1 so prikazani rezultati parametrov funkcij z najboljšim prileganjem za vsakega izmed nas. V zadnjem stolpcu je aritmetična sredina parametra  $I_0$  za vsako sliko in vsak model. Vrednost tega parametra ni pomembna za nadaljnjo obdelavo.

Zaradi drugačnega osvetlitvenega časa pri različnih slikah je bil parameter  $I_0$  med slikami drugačen, vendar je koeficient robne zatemnitve ostajal pretežno enak. V tabeli 2 v prvih treh vrsticah so zapisana povprečja izračunov vseh štirih članov za vsako sliko in vsak model. Glede na to da so napake za posamezen parameter zelo podobne, so zapisane kar aritmetične sredine podatkov



Slika 10: Krivulja robne zatemnitve Sonca s slike Sonce27. Na grafu so z modro narisani radialni profili po radijih pod naslednjimi koti glede na pozitivno  $x$  os na sliki: od  $0^\circ$  vsakih  $36^\circ$ , skupaj deset profilov. Vsi so pobarvani z enako barvo in niso posamično označeni, ker vsak posamezen profil ni pomemben, je pa pomembna ugotovitev, da je profil zelo odvisen od kota, glede na katerega ga računamo in od morebitnih aktivnosti na Soncu.



Slika 11: Krivulje robne zatemnitve Sonca pri vseh treh slikah. Krivulje so normirane tako, da je svetlost v sredini ( $I_0$ ) za vse enaka ena. To je bilo storjeno, da se lažje primerja različno svetle slike, saj pri vseh slikah svetlost Sonca ni enaka.

Slika	Model	Količina	Simon	Vito	Anže	Enej	Povprečje
Sonce05	4	$I_0$	43 690	43 697	43 534	43 432	43 588
		$u_1$	0,3706	0,3717	0,367	0,3658	
		$\sigma_{u_1}$	0,0031	0,0044	0,0041	0,0041	
	6	$I_0$	42 525	42 528	42 433	42 334	42 455
		$u_2$	1,0848	1,0946	1,0487	1,0471	
		$\sigma_{u_2}$	0,0060	0,0090	0,0077	0,0073	
$v_2$		-0,5352	-0,5410	-0,5103	-0,5100		
		$\sigma_{v_2}$	0,0044	0,0067	0,0057	0,0054	
Sonce20	4	$I_0$	36 551	36 673	36 383	36 340	36 487
		$u_1$	0,0444	0,4446	0,4467	0,4466	
		$\sigma_{u_1}$	0,0023	0,0023	0,0023	0,0023	
	6	$I_0$	36 026	36 132	35 852	35 814	35 956
		$u_2$	0,8285	0,8394	0,8374	0,8335	
		$\sigma_{u_2}$	0,0034	0,0037	0,0036	0,0034	
$v_2$		-0,2870	-0,2946	-0,2916	-0,2887		
		$\sigma_{v_2}$	0,0025	0,0028	0,0027	0,0025	
Sonce27	4	$I_0$	34 862	34 856	34 828	34 751	34 824
		$u_1$	0,3636	0,3601	0,3649	0,3698	
		$\sigma_{u_1}$	0,0033	0,0032	0,0032	0,0035	
	6	$I_0$	34 128	34 151	34 115	33 992	34 097
		$u_2$	0,9288	0,9023	0,9145	0,9564	
		$\sigma_{u_2}$	0,0038	0,0035	0,0038	0,0047	
$v_2$		-0,4231	-0,4060	-0,4114	-0,4391		
		$\sigma_{v_2}$	0,0028	0,0026	0,0029	0,0034	

Tabela 1: Parametri obeh modelov za vse tri slike Sonca za vsakega od članov skupine. V zadnjem stolpcu so aritmetične sredine osvetljenosti.

iz tabele 1. Nedoločenosti vrednosti v prvih treh vrsticah pa so aritmetične sredine napak parametrov ( $\sigma$ ) iz tabele 1 za vsako sliko in vsak model. Običajno se ne računa povprečij napak, vendar gre v tem primeru za sistematične napake zaradi neustreznosti modela, zato se je izračun povprečja napak zdel še najbolj primeren. Glede na to da se same napake ne razlikujejo veliko druga od druge, bi lahko vzeli tudi minimum ali maksimum. V vsakem primeru pa ne bi smeli deliti napak z  $\sqrt{N}$ , saj z večanjem števila ljudi ( $N$ ), ki bi sliko obdelali, ne bi zmanjšali sistematične napake. Če bi povečali število posnetkov Sonca, bi pa uspeli zmanjšati napako, zato je bila zadnja vrstica tabele 2 izračunana drugače. V njej so povprečne vrednosti prvih treh vrstic izračunane z uteženim povprečjem:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i \frac{x_i}{\sigma_i^2}}{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}}.$$

Indeksi  $i$  označujejo različne slike Sonca oziroma različne vrstice. Napake povprečij v tretji vrstici so bile izračunane z enačbo:

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_i \frac{(x_i - \bar{x})^2 + \sigma_i^2}{\sigma_i^4}}{(\sum_i \sigma_i^{-2})^2}}.$$

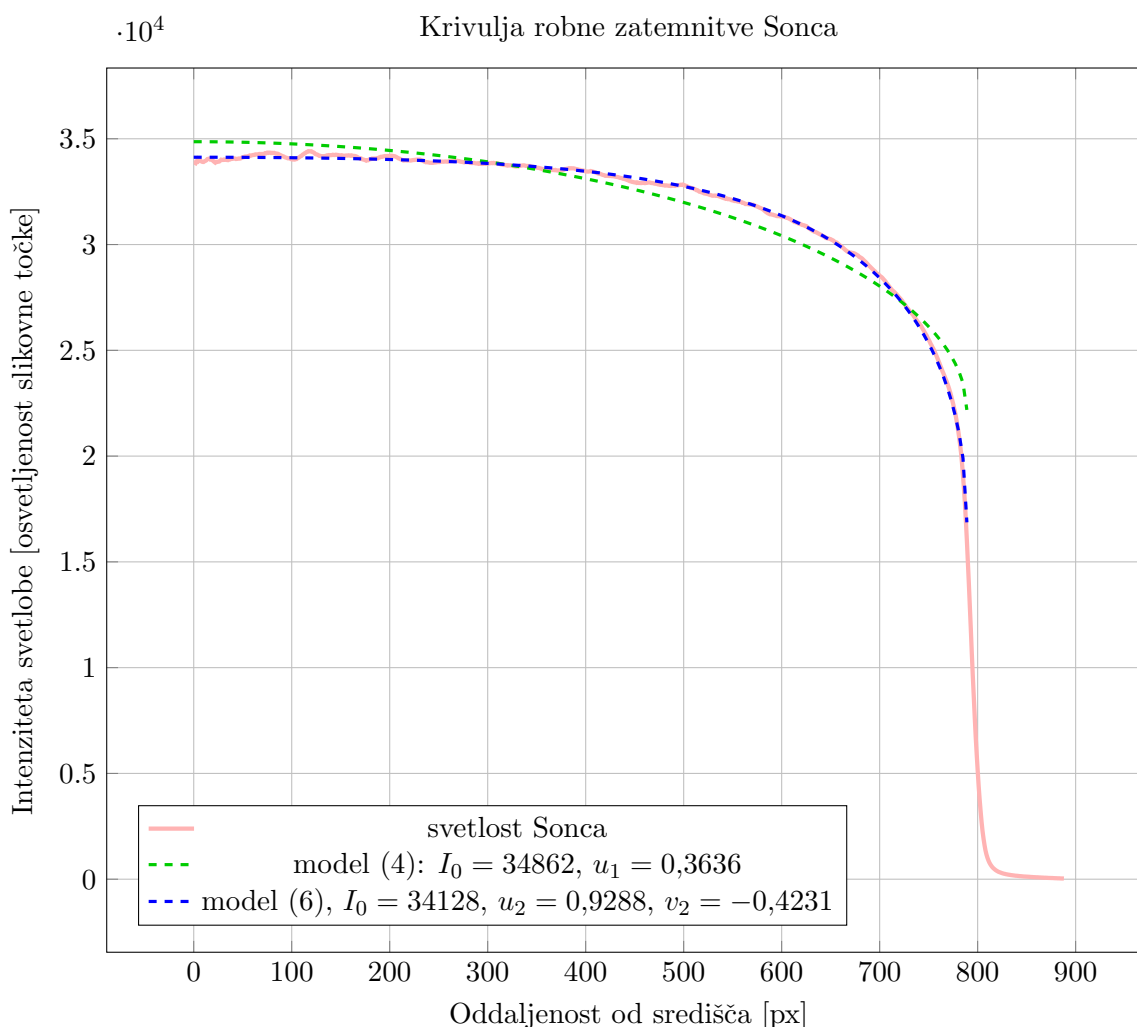
Ko je izračunano povprečje, bi bilo smiselno odstraniti tretjino podatkov, torej parametre izračunane iz slike Sonce20, in povprečje ponovno izračunati samo iz preostalih dveh slik. Žal pa nismo našli



Slika	$u_1$	$u_2$	$v_2$
Sonce05	$0,3688 \pm 0,0039$	$1,0688 \pm 0,0075$	$-0,5241 \pm 0,0056$
Sonce20	$0,3456 \pm 0,0023$	$0,8347 \pm 0,0035$	$-0,2905 \pm 0,0026$
Sonce27	$0,3646 \pm 0,0033$	$0,9255 \pm 0,0040$	$-0,4199 \pm 0,0029$
Povprečje	$0,3550 \pm 0,0065$	$0,8962 \pm 0,0378$	$-0,3676 \pm 0,0467$

Tabela 2: Tabela povprečnih koeficientov robne zatemnitve za oba modela. V prvih treh vrsticah so aritmetične sredine vrednosti parametrov iz tabele 1, v zadnji vrstici pa je uteženo povprečje prvih treh vrstic.

nobenega dobrega razloga, zakaj bi se pri sliki Sonce20 prigodila sistematična napaka, zaradi katere bi jo morali zanemariti. Še več, ta slika je bila posneta *med* ostalima dvema, zato pripisujemo podobnost slik Sonce05 in Sonce27 naključju in upoštevamo vse tri. Jasno je, da se bo model (6) bolje ujema z radialnim profilom svetlosti Sonca kot model (4). Drugi model ima namreč en prosti parameter več. Slednje je na Sliki 12 dodobra razvidno. Naša izmerjena vrednost koeficienta



Slika 12: Krivulja robne zatemnitve Sonca, s slike Sonce27, obdelava Simon Bukovšek. Krivulja je povprečje radialnih profilov 300 različnih smeri iz središča, parametri so izračunani s programom, navedenem v dodatku, za sliko Sonce27.

robne zatemnitve je

$$u_1 = 0,3573 \pm 0,0087$$

za model (4) in

$$u_2 = 0,9156 \pm 0,0681, \quad v_2 = -0,3861 \pm 0,0676$$

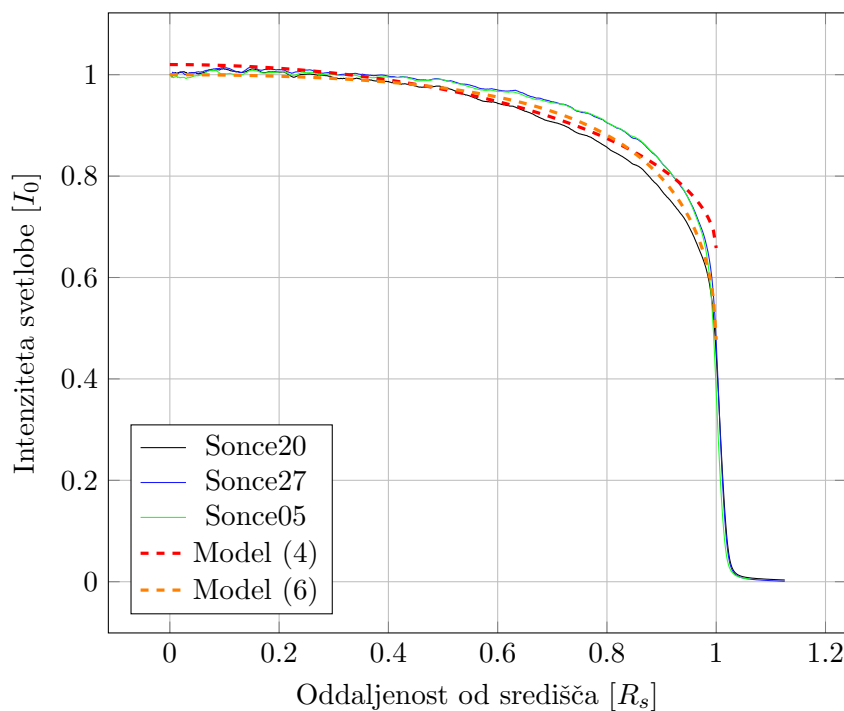
za model (6).

Če bi računali, tako da bi neposredno izračunali povprečje parametrov iz vseh naših meritev bi dobili sledeče rezultate:

$$u_1 = 0,3596 \pm 0,1009, \quad u_2 = 0,9430 \pm 0,0979, \quad v_2 = -0,4115 \pm 0,0962.$$

Če bi računali na tak način, bi bile napake še večje kot prej, težje bi bilo odkriti sistematične napake in jih računsko ločiti od naključnih. Zaradi teh razlogov se nam prejšnji rezultati zdijo bolj smiselni.

Krivulje robne zatemnitve Sonca



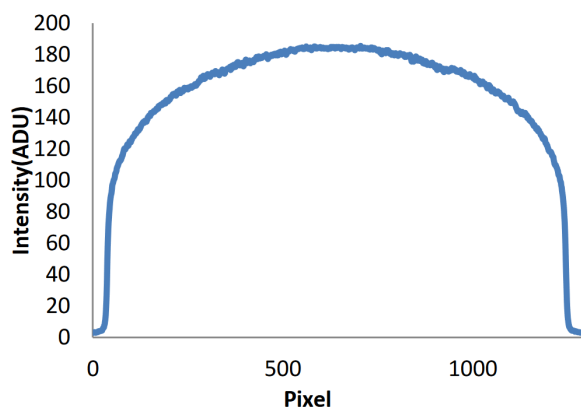
Slika 13: Krivulje robne zatemnitve Sonca pri vseh treh slikah, skupaj s krivuljama modelov (4) in (6) z izračunanimi povprečnimi parametri.

### 3.3 Primerjava z vrednostmi iz literature

Iz literature lahko izvemo, da je vrednost koeficienta robne zatemnitve Sonca pri  $\lambda = 600$  nm enaka 0,59, pri  $\lambda = 320$  nm pa 0,96 [2]. Na splošno se zatemnitev povečuje z nižjo valovno dolžino. Pri [7] so opazovali kontinuum skozi nikel-kromov sončni filter in izračunali vrednost 0,61. V [8] so tudi prišli do vrednosti blizu 0,6, medtem ko so v [9] na podlagi večletnih opazovanj izračunali vrednost 0,69. Mi smo merili v  $H\alpha$  območju torej pri  $\lambda = 656,3$  nm, zaradi česar bi pričakovali, da bo naš rezultat nekoliko manjši. Različni podatki so zbrani v tabeli 3.

vir	$\lambda$	$u_1$
[2]	600 nm	0,59
[7]	kontinuum	0,61
[8]	kontinuum	0,6
[9]	kontinuum	0,69 - 0,65
mi	656,3 nm	0,36

Tabela 3: Primerjava naše vrednosti in različnih vrednosti iz literature



Slika 14: Krivulja robne zatemnitve iz članka avtorjev A. K. Tripathi, Shivam Chaubey in A. K. Singh [7]. Izračunana je iz slike posnete 4. aprila 2019 ob 9.27 IST (3.57 UTC). Abscisna os predstavlja slikovne točke po premeru Sonca, ordinata pa osvetljenost slikovnih točk v analognih digitalnih enotah.

Na sliki 14 je prikazana krivulja robne zatemnitve, ki so jo izmerili v članku [7]. Iz krivulje je razvidno, da je na vrhu dosti manj ploščata kot naša in se zato dosti bolj prilega modelu. Vzrok za nepravilno obliko naše krivulje sta bili nepravilni leči v teleskopu.

### 3.4 Analiza napak

Naš rezultat je mnogo manjši od sprejete vrednosti v literaturi, skoraj za faktor 2, česar ne moremo pripisati zgolj drugačni valovni dolžini. Del verjetne napake je dobro razviden s slike 8a, kjer se dobro vidi, da Sonce ni najsvetlejšo točno na sredini, ampak nekoliko proti robu. Ker smo radialni profil povprečili čez veliko različnih kotov iz središča, se na končnem profilu to ni očitno videlo, vendar je zaradi tega verjetno zgornji del krivulje bolj ploščat kot bi moral biti. Zamaknjenost najsvetlejšega dela je posledica slabe poravnave leč znotraj teleskopa. Na žalost se je ta nepravilna opazila šele pri obdelavi podatkov, dolgo po tem ko so bili podatki zajeti.

Z našim pristopom pa smo se izognili morebitni sistematični napaki zaradi zlaganja sekvence slik. Ker smo zlagali neodvisno, je vsak izbral nekoliko različne parametre v programu Auto-Stakkert in na koncu dobil rahlo drugačno sliko kot ostali. Ko smo dobljene rezultate povprečili od vseh, smo tako dobili vrednost, ki je bližje resnični, kot pa če bi vzeli samo eno sliko. Prav tako smo imeli tri slike Sonca, pri čemer smo za vsako izračunali vse parametre in jih na koncu povprečili, s čimer smo še bolj zmanjšali naključno napako.

Določen del sistematične napake je lahko tudi posledica določitve vrednosti  $I_0$ . Zaradi granulacije Sonca je bilo težko določiti parameter  $I_0$  za oba modela, zato smo ga dodali kot prost parameter v model in ga je program sam optimiziral tako, da se je model najboljše prilegal. Pri modelu 6 ni s tem nobene težave, saj je z grafom 12 in 13 lepo razvidno, da je optimalen  $I_0$  kar

enak svetlosti na sredini ( $r = 0$ ). Pri modelu 4, pa krivulja najboljšega prileganja pri majhni oddaljenosti od središča poteka nad krivuljo izmerjenih podatkov. To pomeni, da je program namenoma določil svetlost Sonca v sredini nekoliko večjo (za okrog 3%), da je bilo prileganje boljše. Zaradi tega lahko vrednost parametra  $u_1$  še bolj odstopa od prave vrednosti.

Izmerjenih koeficientov za drugi model ni zaslediti nikjer v literaturi. Vir [2] trdi, da je drugi le nekoliko boljša od prvega, kar pa se je pri nas izkazalo za mnogo boljše. Kot kaže graf 12, je dvoparameterska enačba bistveno bolj točna kot enoparameterska. To nam da misliti, da verjetno tudi naša izmerjena koeficienta  $u_2$  in  $v_2$  nista zelo točna.

### 3.5 Protuberance

Tako med opazovanjem kot tudi na posnetih slikah je vidnih nekaj protuberanc. Na sliki 15, ki je bistveno presvetljena, da se protuberance bolje vidijo, so vidni štirje izbruhi. Največji protuberanci v spodnji desni strani slike bomo v tem podpoglavju določili velikost.



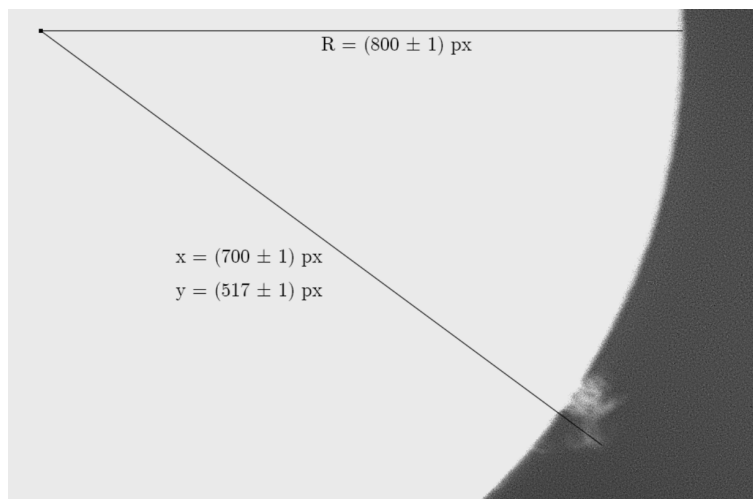
Slika 15: Presvetljena slika Sonca, na kateri se vidijo protuberance.

Iz slike 16, ki prikazuje povečan spodnji desni del slike 15, razberemo nekatere dolžine v enotah števila slikovnih točk, in sicer radij Sonca je  $R = (800 \pm 1)$  px, ki je bil določen tako, da je python koda, napisana v dodatku, določila središče Sončeve ploskve, nato pa smo od te točke na sliki potegnili vodoravno črto do roba Sončeve ploskve ter izmerili dolžino le-te. Določimo lahko tudi dolžino od središča Sonca do vrha protuberance, označimo jo z  $l$ , izračunamo pa jo lahko kot  $l = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Ker nas zanima velikost protuberance, oziroma višina, do katere se razteza nad površjem, moramo od dolžine  $l$  odšteti radij Sonca. Višina protuberance  $h$  v enotah števila slikovnih točk je tako:

$$h = \sqrt{x^2 + y^2} - R = (69,8 \pm 0,2) \text{ px.}$$

Ker vemo, da Sončevemu radiju ustreza 800 slikovnih točk, in ker poznamo realno dolžino polmera Sonca  $R = 700\,000$  km (vzeli smo zaokroženo vrednost polmera), lahko izračunamo višino protuberance v kilometrih:

$$h = (61\,100 \pm 200) \text{ km.}$$



Slika 16: Meritve nekaterih dolžin na površini Sonca.

Pripomnimo, da smo lastnoročno izbrali točko, ki predstavlja vrh protuberance na sliki. Mogoče bi izračun za katero drugo točko dal višji rezultat. Prav tako je možno, da bi ob daljši osvetlitvi mogoče videli del mase, ki na tej sliki ni viden in bi ob upoštevanju le-tega dobili še večjo velikost protuberance, tako da je ta rezultat bolj primeren za oceno velikosti.

## 4 Zaključki

Pri projektu Robna zatemnitev Sonca smo izmerili ter nato analizirali robno zatemnitev Sonca ter naše podatke kasneje primerjali s podatki iz literature. Kot dodatek k projektu smo si zadali, da izmerimo tudi velikost ene izmed nekaj protuberanc, ki so bile jasno vidne na posnetkih.

Opazovanje je potekalo v zelo dobrem vremenu za opazovanje, saj je bilo nebo jasno, poleg tega pa je bilo tudi brezvetrje. Posneli smo tri sekvence po 200 sličic s sledenjem, eno s sekvenco 50 ter eno 100 brez sledenja za namene določanje gibanja Sonca ter dva posnetka ravnega polja.

Posnetke smo individualno obdelali v programu AutoStakkert nato pa dobljene posnetke v Python programu napisanemu v poglavju Dodatek. Po pričakovanju se je model (6) bolje ujemal z dobljenim radialnim profilom svetlosti kot model (4). Z individualno obdelavo smo se tudi izognili sistematski napaki, saj smo posnetke obdelali z različnimi parametri neodvisno drug od drugega ter le te nato povprečili.

Pri primerjavi izmerjenih koeficientov  $u_1 = 0,3573 \pm 0,0087$  robne zatemnitve s tistimi iz literature, ki so nekje med 0,6 in 0,7 smo opazili odstopanje za faktor 2, kar smo pripisali slabi poravnavi teleskopa, zaradi česar Sonce na posnetkih ni bilo najmočneje osvetljeno v sredini in je napaka nastala s povprečenjem radialnega profila svetlosti preko različnih prereзов skozi Sončevo ploskev.

Kot dodatek k projektu smo iz slike izračunali velikost ene izmed več jasno vidnih protuberanc, kjer smo dobili vrednost  $(61\,100 \pm 200)$  km, ki je približno znotraj pričakovanega reda velikosti, vendar je ob temu potrebno upoštevati, da gre pri dobljeni vrednosti za minimalno možno vrednost velikosti le-te.

Natančnejše meritve bi dobili, če bi teleskop naravnali, tako da bi bilo Sonce najsvetlejšo na sredini in se s tem znebili največje sistematske napake, ki se nam je pripetila, kar bi povečalo točnost meritev, posledično pa tudi prispevalo k večji natančnosti izračuna  $\sigma$ , a smo to opazili šele pri obdelavi posnetkov, ko je bilo prepozno za popravke. Poleg tega bi lahko, namesto da smo opazovali Sonce le pri valovni dolžini  $H\alpha$   $\lambda = 656,5$  nm, opazovali pri več valovnih dolžinah

in določili koeficiente zatemnitve še za te valovne dolžine, z opazovanjem kontinuuma pa bi lahko izračunali povprečen koeficient zatemnitve, s temi meritvami pa bi lahko ugotovili sestavo Sončevega ozračja.

## Literatura

- [1] Nasa. *In Depth — Sun*. 2021. URL: <https://solarsystem.nasa.gov/solar-system/sun/in-depth/> (pridobljeno 15. 10. 2021) (cit. na str. 3).
- [2] Jeremy B. Tatum. *Stellar atmospheres*. University of Victoria, 2000. Pogl. Limb darkening. URL: <http://orca.phys.ubic.ca/~tatum/stellatm/atm6.pdf> (cit. na str. 4, 12–14).
- [3] Hannu Karttunen in sod., ur. *Fundamental Astronomy*. 6. izd. Springer, 2017, str. 238, 239. ISBN: 978-3-662-53044-3. DOI: <https://doi.org/10.1007/978-3-662-53045-0> (cit. na str. 4).
- [4] J. M. Matthews A. Claret D. Dragomir. “Theoretical gravity and limb-darkening coefficients for the MOST satellite photometric system”. V: *Astronomy & Astrophysics* (jul. 2014). URL: <https://www.aanda.org/articles/aa/pdf/2014/07/aa23515-14.pdf> (cit. na str. 4).
- [5] Heavens-Above GmbH. *Sun*. 2022. URL: <https://www.heavens-above.com/sun.aspx?lat=46.0433&lng=14.5281&loc=Astronomski+observatorij+Golovec&alt=0&tz=CET> (pridobljeno 22. 4. 2022) (cit. na str. 5).
- [6] UO Solar Radiation Monitoring Laboratory. *Sun path chart program*. 2022. URL: <http://solardat.uoregon.edu/SunChartProgram.html> (pridobljeno 22. 4. 2022) (cit. na str. 5).
- [7] A. K. Tripathi, Shivam Chaubey in A. K. Singh. “Study of Limb Darkening Effect and Rotation Period of Sun by using Solar Telescope”. V: *Journal of scientific research* 64 (1 2020). DOI: <http://dx.doi.org/10.37398/JSR.2020.640132>. URL: [https://www.bhu.ac.in/research\\_pub/jsr/Volumes/JSR\\_64\\_01\\_2020/32.pdf](https://www.bhu.ac.in/research_pub/jsr/Volumes/JSR_64_01_2020/32.pdf) (cit. na str. 12, 13).
- [8] A. S. Ramanathan. “Study of the continuous solar spectrum in the visible rouge”. V: *Annales d’Astrophysique* 17 (jan. 1954). Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System. URL: <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1954AnAp...17...18R> (cit. na str. 12, 13).
- [9] Byeongha Moon in sod. “Variation in Solar Limb Darkening Coefficient Estimated from Solar Images Taken by SOHO and SDO”. V: *Journal of Astronomy and Space Sciences* 34.2 (jun. 2017), str. 99–103. DOI: <https://doi.org/10.5140/JASS.2017.34.2.99> (cit. na str. 12, 13).

## Dodatek

Spodaj je Python koda, ki smo jo sami napisali, s katero smo analizirali sliko Sonca.

```
import numpy as np
from astropy.io import fits
from scipy.optimize import curve_fit
import cmath

# Odpre .fit datoteko
with fits.open("AOP projekt/Sonce_27.fit") as sonce:
    global slika
    slika = sonce[0].data

# znebimo se vrstic in stolpcev, ki vsebujejo ničle
slika = slika[~np.all(slika == 0, axis = 1)]
```

```

slika = slika[:,~np.all(slika == 0, axis = 0)]
slika = slika[:,~np.any(slika[100:-100] == 0, axis = 0)]
slika = slika[~np.any(slika == 0, axis = 1)]

shape = np.shape(slika)

# izračuna središče sončeve ploskve in njen polmer v piklih
mask = slika > 30000
avg_y = np.sum(mask * np.tile(np.arange(shape[1]), (shape[0],1)), dtype=np.float64)/np.count_nonzero(mask)
avg_x = np.sum(mask * np.tile(np.arange(shape[0]), (shape[1],1)).T, dtype=np.float64)/np.count_nonzero(mask)
r = avg_y - np.argmax(mask[int(avg_x)])

# shrani podatke v tuple c
c = (int(avg_x), int(avg_y), int(r))
margin = 100 # koliko naprej od roba še nariše graf

# računanje povprečne osvetljenosti ozadja
x_koord, y_koord = np.ogrid[:shape[0],:shape[1]]
mask2 = np.sqrt((x_koord - c[0]) ** 2 + (y_koord - c[1]) ** 2) > c[2] + margin
ozadje = np.sum(mask2 * slika, dtype=np.float64)/np.count_nonzero(mask2)

slika = slika - ozadje

# Tabela je dvodimenzionalen numpy seznam, ki ima v prvi vrstici zaporedne številke,
# ki predstavljajo oddaljenost od središča v piksljih, v vseh naslednjih vrsticah pa
# ima vrednosti osvetlitve piksllov na tistem radiju - vsaka vrstica je pod drugačnim kotom.
# Skupno število različnih kotov je spremenljivka "število"
tabela = np.arange(c[2] + margin)
stevalo = 300

# Za vsak kot izračuna radialni profil in doda vrstico v "tabelo"
for k in range(stevalo):
    profil = np.zeros((c[2] + margin))
    for i in range(c[2] + margin):
        pozicija = cmath.rect(i, cmath.pi*k/stevalo)
        x = c[0] + int(pozicija.imag)
        y = c[1] + int(pozicija.real)
        profil[i] = slika[x,y]
    tabela = np.vstack((tabela, profil))

# Izračuna povprečje pri različnih kotih za vsako oddaljenost od središča
povp = np.average(tabela[1:], axis=0)

# Definiramo funkciji za fitanje
def empiricna_formula1(x, I, u):
    return I * (1 - u * (1 - np.sqrt(1 - x ** 2 / c[2] ** 2)))

def empiricna_formula2(x, I, u, v):
    return I * (1 - u * (1 - np.sqrt(1 - x ** 2 / c[2] ** 2)) - v * x ** 2 / c[2] ** 2)

# fitanje
opt1, napake1 = curve_fit(empiricna_formula1, tabela[0,:c[2]], povp[:c[2]], (52000, 0.25))
opt2, napake2 = curve_fit(empiricna_formula2, tabela[0,:c[2]], povp[:c[2]], (52000, 0.25, 0))

# Še shranimo
np.savetxt("profil.dat", np.vstack((tabela[0], povp)).T, header="r I")
with open("fit.txt", "w") as f:
    f.write(f"I={opt1[0]}, u1={opt1[1]}, uerr1={napake1[1,1]}\n")
    f.write(f"I={opt2[0]}, u2={opt2[1]}, uerr2={napake2[1,1]}, v2={opt2[2]}, verr2={napake2[2,2]}\n")
    f.write(f"r={c[2]}")

```