Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta *za matematiko in fiziko*

Fizikalni praktikum II

Poročilo

Vaja 45: Tuljava v magnetnem polju

Simon Bukovšek

Datum vaje: 1. marec 2022
Datum oddaje poročila: 15. marec 2022

1 Teoretični uvod

Navor $\vec{M}$ na magnetni dipol $\vec{p}_m$ v magnetnem polju $\vec{B}$ se izračun apo enačbi

$$\vec{M} = \vec{p}_m \times \vec{B}.$$

Magnetni dipol zanke se izračuna po enačbi:

$$\vec{p}_m = NI\vec{S},$$

kjer je N število ovojev, I tok skozi zanko in $\vec{S}$ površina zanke. To združeno nam da navor na zanko v homogenem magntnem polju:

$$\vec{M} = NI\vec{S} \times \vec{B}.$$

Približno homogeno magnetno polje je ustvarjeno s pomočjo *Helmholtzovih tuljav*. To sta dve koaksialni tuljavi s polmerom R_H na oddaljonosi $2R_H$. S tem je doseženo, da je prvi odvod magnetnega polja po premiku po osi enak nič.

Magnetno polje na osi tuljave na oddaljenosti x od centra je enako:

$$B(x) = \frac{\mu_0 N_H I R_H^2}{2\left(x^2 + R_H^2\right)^{\frac{3}{2}}},$$

pri čemer je I tok skozi tuljavo in N_H število ovojev. Imejmo sedaj na vsaki strani na oddaljenosti l po eno tuljavo, skozi kateri teče tok v isto smer. Magnetno polje v odvisnosti od oddaljenosti od središča x je enako:

$$B_H(x) = \frac{\mu_0 N_H I R_H^2}{2} \left(\frac{1}{\left((x+l)^2 + R_H^2\right)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{\left((x-l)^2 + R_H^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right).$$

Pri tem je magnetno polje v središču enako kar $B_H(0) = \mu_0 N_H I R_H^2 \left(l^2 + R_H^2\right)^{-\frac{3}{2}}$. Prvi odvod magnetnega polja po premiku po osi bo za vsak l enak nič, zato želimo določiti tak l, da bo veljalo $\frac{d^2 B_H(x)}{dx^2}\Big|_{x=0} = 0$.

Ko odvajamo po x, dobimo:

$$\frac{dB_H(x)}{dx} = -\frac{3\mu_0 N_H I R_H^2}{2}\left(\frac{x+l}{\left((x+l)^2+R_H^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{x-l}{\left((x-l)^2+R_H^2\right)^{\frac{5}{2}}}\right)$$

in

$$\frac{d^2B_H(x)}{dx^2} = -\frac{3\mu_0 N_H I R_H^2}{2}\left(\frac{1}{\left((x+l)^2+R_H^2\right)^{\frac{5}{2}}}+\frac{1}{\left((x-l)^2+R_H^2\right)^{\frac{5}{2}}}-5\left(\frac{(x+l)^2}{\left((x+l)^2+R_H^2\right)^{\frac{7}{2}}}+\frac{(x-l)^2}{\left((x-l)^2+R_H^2\right)^{\frac{7}{2}}}\right)\right).$$

V to gromozansko solato vstavimo $x = 0$ in enačimo z 0. Dobimo:

$$\begin{aligned}(x+l)^2+(x-l)^2+2R_H^2 &= 5\,(x+l)^2+5\,(x-l)^2\,,\\ 2l^2+2R_H^2 &= 10l^2,\\ R_H^2 &= 4l^2,\\ \therefore l &= \frac{R_H}{2}.\end{aligned}$$

To pomeni, da morata biti tuljavi razmaknjeni točno za njun polmer. Sedaj to vstavimo v enačbo za magnetno polje in dobimo:

$$B = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\mu_0 N_H I_H}{R_H},$$

kjer so N_H ovoji na posamezni tuljavi in I_H tok skozi vsako tuljavo. Navor na zanko v sredini je tako enak:

$$M = \left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{3}{2}}\frac{\mu_0 N N_H I_H I S}{R_H}\sin\varphi.$$

2 Pripomočki

- Par Helmholtzovih tuljav
- Testna zanka
- Dva usmernika konstantnega toka
- Stojalo s torzijskim merilcem navora

3 Meritve

Skozi Helmholtzovi tuljavi in zanko med njima smo pognali določen električni tok. S torzijskim merilcem navora smo naravnali srednjo zanko, tako da je bila vzporedna z magnetnim poljem in odčitali navor nanjo. To smo ponovili za različne kombinacije tokov v zanki in Helmholtzovi tuljavi, ter iz podatkov izračunali permeabilnost vakuuma oz. indukcijsko konstanto.

4 Izmerjeni podatki

Število navojev na vsaki Helmholtzovi tuljavi je bilo $N_H = 154$, polmer pa $R_H = (200 \pm 1)$ mm. Številož ovojev v notranji zanki je bilo $N = 3$ in premer je bil $2R = (124 \pm 1)$ mm. Ročica, na kateri je merilec navora meril navor je bila dolga $d = (230 \pm 2)$ mm. V naslednji tabeli so podani podatki o meritvah navornih sil na tuljavo ob različnih tokih v zanki in tuljavah.

5 Analiza podatkov

Obdelava podatkov dopušča veliko različnih možnosti. Za določitev influenčne konstante lahko narišemo graf sile v odvisnosti od produkta tokov ali pa graf odvisnosti sile od enega od tokov, pri čemer drugega ne spreminjamo. Naj najprej narišemo grafe sile v odvisnosti od toka v zanki I, pri čemer vzamemo tok skozi Helmholtzovi tuljavi nespremenjen pri vrednostih $I_H = 2{,}8\,\mathrm{A},\ 1{,}8\,\mathrm{A}$ in $0{,}975\,\mathrm{A}$.

I_H [A] ($\pm 2\,$mA)	I [A] ($\pm 2\,$mA)	F [mN] ($\pm 0{,}1\,$mN)
2,883	3,100	2,10
2,874	2,534	1,60
2,868	2,022	1,30
2,864	1,519	1,00
2,857	1,015	0,70
2,848	0,496	0,40
1,800	3,103	1,30
1,800	2,512	1,05
1,800	1,998	0,90
1,800	1,471	0,60
1,800	0,996	0,45
1,800	0,496	0,30
0,975	3,102	0,75
0,975	2,500	0,60
0,974	1,947	0,45
0,974	1,461	0,35
0,974	0,993	0,20
0,974	0,488	0,10

Iz grafov smo dobili sledeče naklone: $k_{2800} = (0{,}637 \pm 0{,}056)\,$mN/A, $k_{1800} = (0{,}388 \pm 0{,}043)\,$mN/A in $k_{975} = (0{,}259 \pm 0{,}083)\,$mN/A. Iz naklonskega koeficienta lahko izračunamo influenčno konstanto po orazcu:

$$\mu_0 = \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{kd}{2} \frac{R_H}{N N_H I_H \pi R^2}.$$

Prava vrednost influenčne konstante je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\mathrm{N/A}^2 = 1{,}257 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N/A}^2$. Za dane konstante naklona so v spodnji tabeli prikazane izračunane vrednosti influenčne konstante.

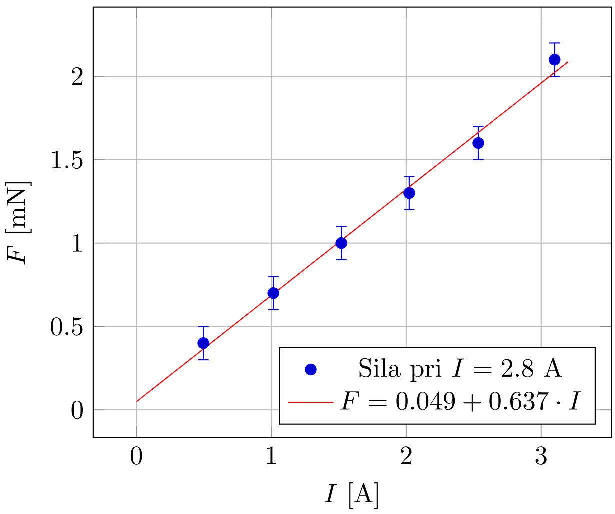
Lahko pa tudi vzamemo produkte tokov v tuljavi in zanki ter gledamo kako je navor odvisen od tega. Podatki so zrisani na spodnjem grafu, naklon pa je enak $k_{\text{skupno}} = (0{,}224 \pm 0{,}041)\,\mathrm{mN/A}^2$. Influenčno konstanto izračunamo po enačbi:

$$\mu_0 = \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{kd}{2} \frac{R_H}{N N_H \pi R^2}.$$

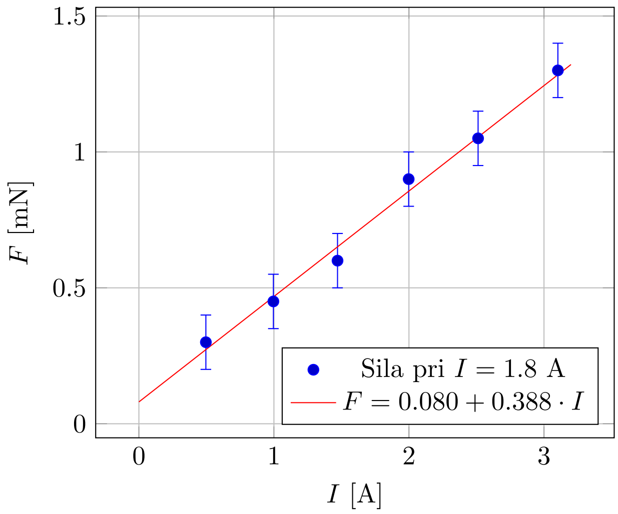
Izračunana vrednost je podana v spodnji tabeli.

I_H [A]	μ_0	odstopanje
2,800	$(1{,}288 \pm 0{,}158) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N/A}^2$	2,5 %
1,800	$(1{,}242 \pm 0{,}179) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N/A}^2$	1,2 %
0,975	$(1{,}530 \pm 0{,}501) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N/A}^2$	22 %
$\overline{\mu_0}$	$(1{,}353 \pm 0{,}185) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N/A}^2$	7,6 %
skupno	$(1{,}291 \pm 0{,}275) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N/A}^2$	2,7 %
točno	$1{,}257 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{N/A}^2$	

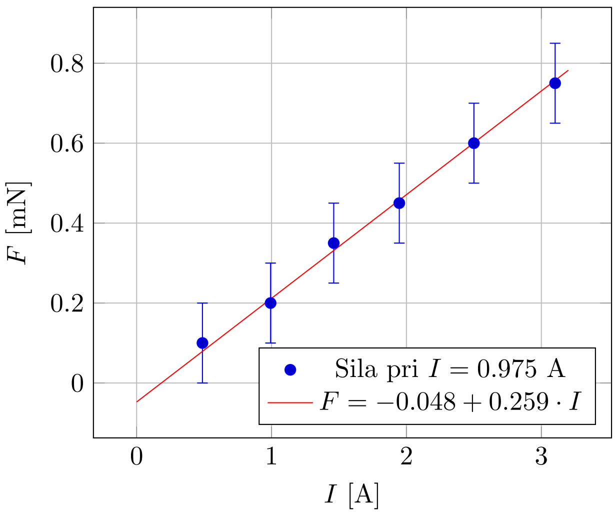
Odvisnost sile na merilcu navora od toka skozi zanko pri $I_H = 2850\,\mathrm{mA}$



Odvisnost sile na merilcu navora od toka skozi zanko pri $I_H = 1800\,\mathrm{mA}$



Odvisnost sile na merilcu navora od toka skozi zanko pri $I_H = 975\,\mathrm{mA}$



Odvisnost sile na merilcu navora od produkta tokov skozi zanki in tuljavi