



## Fizikalni praktikum II

### Poročilo

# Vaja 43: Vsiljeno nihanje nihajnega kroga

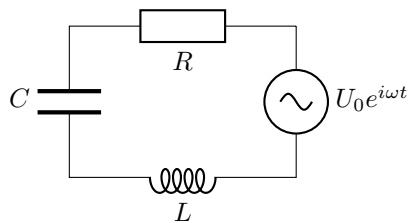
Simon Bukovšek

Datum vaje: 22. marec 2022

Datum oddaje poročila: 29. marec 2022

## 1 Teoretični uvod

Vsiljeno nihanje električnega nihajnega kroga ponazarja spodnja skica.



Pri električnem nihajnem krogu velja, da je frekvenca lastnega nedušenega nihanja enaka

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

kjer je  $C$  kapacitivnost kondenzatorja in  $L$  induktivnost tuljave. Faktro dušenja pa je enak:

$$\beta = \frac{R}{2L},$$

kjer je  $R$  upornost upora. Na vezje priklopimo vir izmenične napetosti s frekvenco  $\omega$ , tako da napetost na vezju zadošča naslednji diferencialni enačbi:

$$\ddot{U}(t) + 2\beta\dot{U}(t) + \omega_0^2 U(t) = U_0 e^{i\omega t}.$$

Rešitev po dolgem času je enaka:

$$U(t) = U_1 \sin(\omega t + \delta),$$

kjer je

$$U_1 = \frac{U_0 \omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2 \omega^2}}$$

in

$$\tan \delta = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}.$$

Če parametrično rišemo amplitudo napetosti na kondenzatorju na eno os in napetost na viru na drugo os, dobimo elipso:

$$(U_1 \sin(\omega t + \delta), U_0 \sin(\omega t)).$$

## 2 Pripomočki

- RLC vezje
- Vir izmenične napetosti
- Osciloskop

## 3 Meritve

Na LC vezje smo pritisnili različne frekvence izmenične napetosti in na osciloskopu merili odzivno napetost. Tako smo določili induktivnost tuljave. Nato smo v vezje dodali različne upornike in merili resonančne krivulje. Za konec smo na osciloskop priklopili izvorno napetost in odzivno napetost in opazovali elipse, ki se tvorijo.

## 4 Izmerjeni podatki

Vsiljena frekvenca je bila  $\nu = (616 \pm 1)$  kHz. Podatki o amplitudah napetosti pri različnih lastnih frekvencah in uporih so podani v spodnji tabeli.

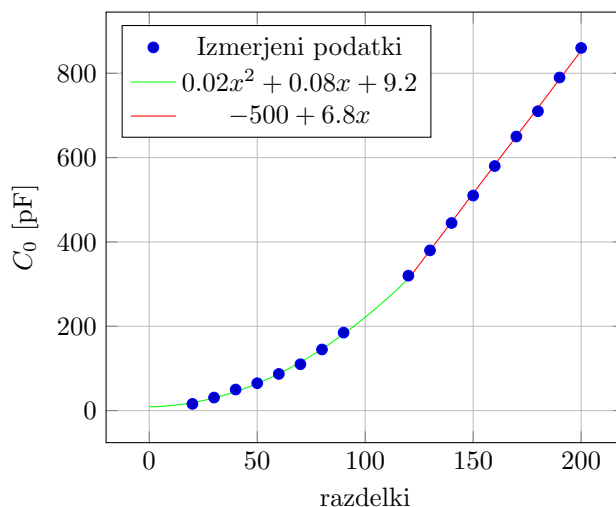
razdelki	$C$ [pF] ( $\pm 0,5\%$ )	$U$ [mV] ( $\pm 2\%$ )	$U$ [mV] ( $\pm 2\%$ )	$U$ [mV] ( $\pm 2\%$ )	$U$ [mV] ( $\pm 2\%$ )
		$R = 0 \Omega$	$R = 5 \Omega$	$R = 10 \Omega$	$R = 20 \Omega$
0	9	40	40	35	35
20	16	42	45	38	38
40	50	42	40	38	38
60	87	45	43	40	39
80	145	50	50	43	40
100	177	61	75	53	50
120	320	85	90	75	73
140	445	180	175	150	150
150	510	450	475	400	310
152	528	750	700	550	350
154	541	1400	1300	620	360
156	555	2800	950	610	340
158	570	1100	580	420	300
160	580	600	400	320	270
165	618	290	210	200	170
170	650	190	150	130	125
180	710	110	95	90	90
190	790	80	60	70	62
200	860	60	50	65	50

## 5 Analiza podatkov

Nekaj analize podatkov je šlo pravzaprav že v izmerjene podatke. Prvo je bilo treba namreč izračunati vmesne vrednosti kapacitet kondenzatorja, saj so bile podane samo za določene odmike. Model je bil

kvadratna funkcija do 120 razdelkov odmika in linearna naprej. Model je prikazan na spodnjem grafu. Najprej izračunamo, da je resonančni vrh pri direktni vezavi ( $R = 0\ \Omega$ ) pri  $C_0 = 555\ \text{pF}$ . TO pomeni, da

Model umeritvene krivulje kondenzatorja



je induktivnost tuljave enaka:

$$L_0 = \frac{1}{C_0 4\pi^2 \nu^2} = (378 \pm 4)\ \mu\text{H}.$$

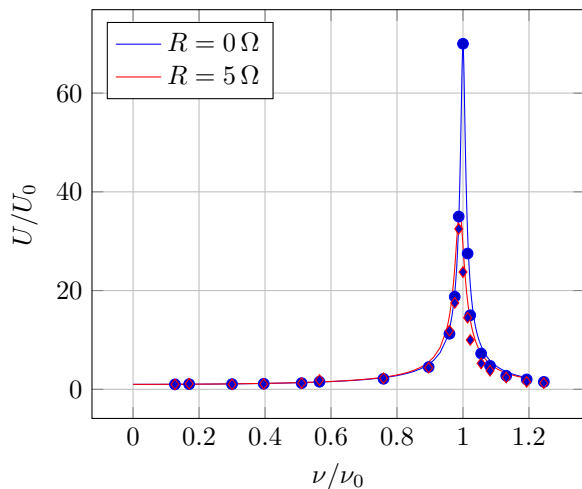
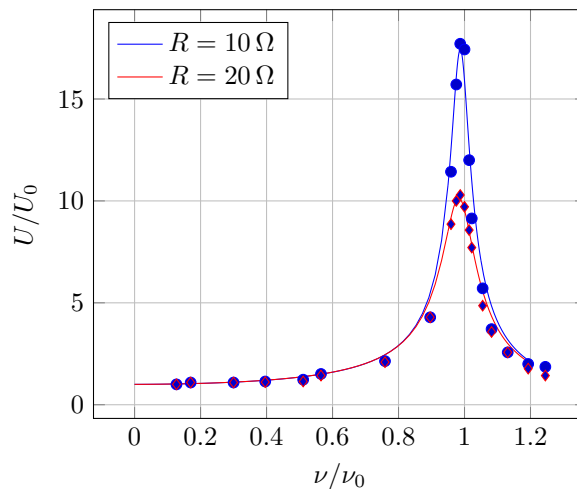
Sedaj lahko narišemo za vsak priključen upor svojo resonančno krivuljo, to je odvisnost amplitude nihanja  $U/U_0$  (kjer je  $U_0$  amplituda pri lastni frekvenci neskončno) od razmerja vsiljene in lastne frekvence  $\nu/\nu_0$ , kjer je  $\nu_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_0 C_0}}$ . Spodaj je podana tabela s podatki. Napake v za razmerja napetosti so 3%, za razmerje frekvenc pa 0,5%.

$\nu/\nu_0$	$U/U_0, R = 0\ \Omega$	$U/U_0, R = 5\ \Omega$	$U/U_0, R = 10\ \Omega$	$U/U_0, R = 20\ \Omega$
0,127	1,00	1,00	1,00	1,00
0,170	1,05	1,13	1,09	1,09
0,300	1,05	1,00	1,09	1,09
0,396	1,13	1,08	1,14	1,11
0,511	1,25	1,25	1,23	1,14
0,565	1,53	1,88	1,51	1,43
0,759	2,13	2,25	2,14	2,09
0,896	4,50	4,38	4,29	4,29
0,959	11,25	11,88	11,43	8,86
0,975	18,75	17,50	15,71	10,00
0,987	35,00	32,50	17,71	10,29
1,000	70,00	23,75	17,43	9,71
1,014	27,50	14,50	12,00	8,57
1,022	15,00	10,00	9,14	7,71
1,055	7,25	5,25	5,71	4,86
1,082	4,75	3,75	3,71	3,57
1,131	2,75	2,38	2,57	2,57
1,193	2,00	1,50	2,00	1,77
1,245	1,50	1,25	1,86	1,43

Na spodnjih dveh grafih so narisane resonančne krivulje za vse štiri priključene upore - po dva na graf.

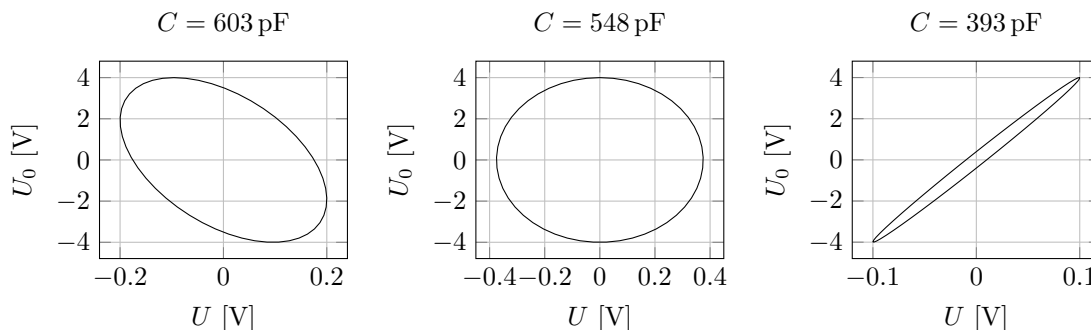
Sedaj lajko primerjamo vrednosti parametrov  $\beta$ , ki jih dobimo iz krivulj z najboljšim prileganjem in izračunamo dejanski notranji upor vezja po obrazcu:

$$R = 2L\beta.$$

Resonančna krivulja pri  $R = 0 \Omega$  in  $R = 5 \Omega$ Resonančna krivulja pri  $R = 10 \Omega$  in  $R = 20 \Omega$ 

$R_0$ [ $\Omega$ ]	$\beta/\omega_0$	$\beta$ [ $s^{-1}$ ]	$R_{izr.}$ [ $\Omega$ ]
0	$0,0072 \pm 0,0019$	$27\,814 \pm 7350$	$3,3 \pm 0,9$
5	$0,0139 \pm 0,0020$	$53\,772 \pm 7737$	$6,5 \pm 0,9$
10	$0,0287 \pm 0,0018$	$111\,025 \pm 6963$	$13,4 \pm 0,8$
20	$0,0494 \pm 0,0018$	$191\,103 \pm 6963$	$23,0 \pm 0,8$

Izračuni kažejo, da je notranji upor vezja tuljave in kondenzatorja približno enak  $3 \Omega$ . Če na osciloskop priključimo napetost na gonilni tuljavi in na kondenzatorju (pri  $R = 0 \Omega$ ) lahko poazimo tvorbo elips, kot je prikazano na spodnjih slikah. Za primer, ko je  $C = 548 \text{ pF}$ , ugotovimo, da je elipsa praktično vzporedna



z osmi, kar pomeni, da je razmerje med polosjo in stranico okvirja enako 1 in je fazni zamik med dvema tuljavama enak  $\varphi = \pi/2$ . V primeru  $C = 603 \text{ pF}$  vidimo, da je fazni zamik večji od  $\pi/2$  (oziroma manjši od 0), saj je elipsa nagnjena na desno. V primeru  $C = 393 \text{ pF}$  pa je resonančna frekvenca zelo različna od gonilne, zato je polos elipse zelo majhna, kar pomeni, da je tudi fazni zamik majhen, a pozitiven (ker je elipsa nagnjena na levo). Če bi bila razmerje med resonančno in gonilno frekvenco nič ali neskončno bi dobili zelo suhi elipsi, ki bi bili nahnjeni levo ali desno. Če bi želeli bolj točno izračunati fazni zamik, bi izmerili malo polos elipse, in jo delili z manjšo od stranic pravokotnega okvira. Tako bi dobili  $\sin \varphi$ , pri čemer bi morali paziti tudi na predznak.