Univerza v Ljubljani
Fakulteta za matematiko in fiziko

Fizikalni praktikum I

Poročilo

Vaja 15: Težno nihalo

Simon Bukovšek

Datum vaje: 29. november 2021
Datum oddaje poročila: 6. december 2021

1 Teoretični uvod

V dobrem približku težno nihalo niha z nihajnim časom $T = 2\pi\sqrt{l/g}$, iz česar lahko izračunamo gravitacijski pospešek kot $g = l(2\pi/t)^2$. Vendar to morda ni dovolj natančno. Da bi odpravili čim več napak, dodamo naslednje popravke:

- Če ne poenostavimo sinusa kota dobimo naslednjo vrsto, ki nam s prvim nekonstantnim malo bolj natančno opiše nihajni čas:

  $$T' = T_0\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2(\alpha/2) + \mathcal{O}(\sin^4(\alpha/2))\right).$$

  Torej lahko g aproksimiramo kot:

  $$g = g_0\left(1 + \frac{1}{4}\sin^2(\alpha/2)\right)^2 \approx g_0\left(1 + \frac{1}{2}\sin^2(\alpha/2)\right).$$

  Pri tem je α odmik nihala in g_0 pospešek, ki bi ga dobili po prvi enačbi.

- Nihalo ni matematično, ampak je fizično, zato uporabimo formulo $g = (2\pi/T)^2\frac{J}{ml^*}$, kar lahko zapišemo kot:

  $$g' = g_0\frac{m_k l_0^2 + 2m_k r^2/5 + m_z(l_0 - r)^2/3}{m_k l_0 + m_z(l_0 - r)/2} \approx g_0\left(1 + \frac{2}{5}\frac{r^2}{l_0^2} + \frac{1}{3}\frac{m_z}{m_k}\right).$$

  Pri tem je m_k masa krogle, m_z masa žice, l_0 razdalja med središčem krogle in osjo ter r polmer krogle.

- Zaradi vzgona velja $g' = g_0(1 + \rho_{zr}/\rho_{Fe})$.

- Zaradi dušenja velja $g' = g_0(1 + (\Lambda/2\pi)^2)$. Λ je faktor dušenja, ki je enak $1/n \ln\frac{s_0}{s_n}$, kjer je s_i amplituda po i nihajih.

- Zaradi adhezije zraka okoli krogle moramo rezultat množiti še s faktorjem $g' = g_0(1 + k\rho_{zr}/\rho_{Fe})$, kjer je $k = 0{,}6$ empiričen faktor za kroglo.

Če vse to združimo dobimo sledeče:

$$g = l_0 \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \left[1 + \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{2}{5}\left(\frac{r}{l_0}\right)^2 + \frac{1}{3}\frac{m_z}{m_k} + (1+k)\frac{\rho_{zr}}{\rho_{Fe}} + \left(\frac{\Lambda}{2\pi}\right)^2\right].$$

2 Pripomočki

- Težno nihalo
- Meter
- Štoparica
- Merilec krivine
-

3 Meritve

Izmerili smo vse potrebne geometrijeske meritve. Za tem smo spustili nihalo in merili 150 nihajev. Zabeležili smo vsak peti nihaj.

4 Izmerjeni podatki

Odmik nihala je bil $s_0 = (90 \pm 2)$ mm. Po 140 nihajih se je zmanjšal za $\Delta s = (4 \pm 1)$ mm. Krivinomer z dimenzijo $a = (43{,}9 \pm 0{,}1)$ mm je kazal $h = (5{,}37 \pm 0{,}01)$ mm. Dolžina od osi do roba krogle je bila $l_0 - r = (212{,}7 \pm 0{,}1)$ cm. V naslednji tabeli so izmerjeni časi po vsakih petih nihajih. Napaka je vsakič $\pm$ 0,2 mm. Gostota zraka je $\rho_{zr} = 1{,}2\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$ in gostota železa je $\rho_{Fe} = 7874\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$. Polmer žiče, na kateri je visela krogla je bil 1 mm.

n	t [s]	n	t [s]	n	t [s]
5	15,09	55	163,81	105	312,79
10	30,13	60	178,57	110	327,48
15	44,92	65	193,47	115	342,35
20	60,07	70	208,36	120	356,83
25	74,76	75	223,02	125	372,06
30	89,55	80	238,03	130	386,87
35	104,47	85	252,88	135	401,77
40	119,21	90	267,92	140	416,59
45	133,96	95	282,74	145	431,40
50	148,68	100	297,69	150	446,31

5 Analiza podatkov

Najprej izračunajmo radij in maso krogle. To naredimo po obrazcu:

$$r = \frac{h}{2} + \frac{a^2}{6h}.$$

V našem primeru je to enako $r = (6{,}25 \pm 0{,}06)$ cm. Iz tega tudi sledi, da je $l_0 = (l_0 - r) + r = (219{,}0 \pm 0{,}2)$ cm. Masa krogle je:

$$m_k = \rho_{Fe}\frac{4}{3}\pi r^3 = (8{,}05 \pm 0{,}14)\,\mathrm{kg}.$$

Masa žičke pa je: $m_z = \rho_{Fe}\pi r_z^2(l_0 - r) = (0{,}0526 \pm 0{,}0020)\,\mathrm{kg}$. Kot začetnega odmika je bil: $\alpha = s_0/l_0 = (0{,}0018 \pm 0{,}0005)\,\mathrm{rad}$. Faktor dušenja Λ smo izračunali kot: $\Lambda = \frac{1}{150}\ln\left(\frac{s_0}{s_0-\Delta s}\right) = (3 \pm 1)\cdot 10^{-4}$. Sedaj imamo izračunane vse vrednosti, razen nihajnega časa. V naslednji tabeli so preračunane razlike med sto-n-tim in n-tim nihajem.

n_1, n_2	$t_2 - t_1$ [s]
0, 100	297,69
5, 105	297,70
10, 110	297,35
15, 115	297,43
20, 120	296,76
25, 125	297,30
30, 130	297,32
35, 135	297,30
40, 140	297,38
45, 145	297,44
50, 150	297,63

Povprečen čas stotih nihajev je $100T_0 = (297{,}39 \pm 0{,}08)\,\mathrm{s}$, torej $T_0 = (2{,}9739 \pm 0{,}0008)\,\mathrm{s}$. Naslednje enačbe kažejo izpeljavo izračuna gravitacijskega pospeška.

$$g = (2{,}190 \pm 0{,}002)\,\mathrm{m}\left(\frac{2\pi}{(2{,}9739 \pm 0{,}0008)\,\mathrm{s}}\right)^2\left[1 + \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{(0{,}0018 \pm 0{,}0005)\,\mathrm{rad}}{2}\right) + \frac{2}{5}\left(\frac{(6{,}25 \pm 0{,}06)\,\mathrm{cm}}{(219{,}0 \pm 0{,}2)\,\mathrm{cm}}\right)^2 + \right.$$
$$\left. + \frac{1}{3}\frac{(0{,}0526 \pm 0{,}0020)\,\mathrm{kg}}{(8{,}05 \pm 0{,}14)\,\mathrm{kg}} + 1{,}6\cdot\frac{1{,}2\,\mathrm{kg\,m^{-3}}}{7874\,\mathrm{kg\,m^{-3}}} + \left(\frac{(3 \pm 1)\cdot 10^{-4}}{2\pi}\right)^2\right].$$

$$g = (9{,}776 \pm 0{,}014)\,\mathrm{m^2\,s^{-1}}\left[1 + (4{,}1 \pm 2{,}5)\cdot 10^{-7} + (3{,}26 \pm 0{,}08)\cdot 10^{-4} + (2{,}18 \pm 0{,}12)\cdot 10^{-3} + 2{,}44\cdot 10^{-4} + \right.$$
$$\left. + (2{,}28 \pm 0{,}91)\cdot 10^{-9}\right]$$

$$g = (9{,}776 \pm 0{,}014)\,\mathrm{m^2\,s^{-1}}\cdot(1{,}002\,75 \pm 0{,}000\,03)$$

$$\boxed{g = (9{,}803 \pm 0{,}014)\,\mathrm{m\,s^{-2}}}$$

Rezultat je prav gotovo natančen na en odstotek, napaka pa žal ni ostala manjša od enega promila. Vseeno lahko rečemo, da se prava vrednost nahaja znotraj obnočja negotovosti rezultata, kar pomeni, da smo vključili vse pomembne faktorje.